

## LA STATISTIQUE GRAPHIQUE.

Par E. LEVASSEUR, Membre de l'Institut.

JE dois parler de la représentation des faits statistiques par les procédés graphiques, autrement dit de la statistique graphique, que nous pouvons définir :—“*l'expression des faits statistiques par des procédés géométriques.*” Le sujet m'a été proposé par la Société de Statistique de Londres. Je l'ai accepté. Depuis dix-sept ans, je fais un fréquent usage de ces procédés dans mon enseignement, au Collège de France, au Conservatoire des Arts et Métiers et à l'École libre des Sciences politiques; je les ai souvent employés pour faire pénétrer jusque dans l'enseignement secondaire et même primaire quelques notions relatives à la géographie économique. Je suis convaincu que l'emploi de ces procédés est très profitable aux études statistiques et surtout à la vulgarisation de leurs résultats, qu'il est bon, par conséquent, d'en propager la connaissance et de marquer les principales applications qu'on en peut faire; et je pense, comme le bureau de la Société de Statistique de Londres, que la solennité de ce Congrès était une occasion favorable pour exposer la question.

Ne vous attendez pas cependant, Messieurs, à entendre dans cette conférence d'importantes nouveautés. Le sujet est connu, et je n'ai pas l'intention de discuter ou de renouveler les théorèmes sur lesquels est fondée la construction des graphiques.

J'aurais beaucoup plus à apprendre des géomètres que je ne pourrais leur enseigner moi-même sur cette matière, et, si je hasardais quelque démonstration, je fatiguerais inutilement l'attention de ceux qui ne sont pas géomètres.

Ce que je me propose, c'est de dire la raison d'être des figures en statistique, d'en essayer une classification et de mettre en lumière leur utilité par quelques exemples.

On peut dire que la statistique graphique est à la statistique numérique ce que, dans le drame, l'action est au récit. Horace a donné aux acteurs une règle que nous pouvons appliquer à notre sujet :—

“*Segnius irritant animos demissa per aures  
Quam quæ sunt oculis subjecta fidelibus.*”

Et, détournant de son sens un vers de Boileau, nous dirions volontiers aux statisticiens :—

“*De figures sans nombre égarez votre ouvrage.*”

Les chiffres, en effet, sont des abstractions : quand l'œil les a lus, l'intelligence en saisit le sens; mais elle ne le fait que par une

série d'opérations de l'esprit qui perçoit successivement chacun des nombres alignés en longues colonnes; elle a besoin, pour se rendre compte de leur relation, d'un effort que les plus habiles ne font pas sans peine. Les figures, au contraire, sont des formes sensibles, des images qui non seulement attirent et fixent le regard, mais permettent d'apercevoir et de comprendre tout un ensemble d'un coup d'œil et qui font sur l'esprit une impression plus vive, souvent même plus profonde et plus durable que les chiffres. C'est là un avantage considérable : c'est la principale raison d'être de la statistique graphique.

Celle-ci ne doit cependant pas s'enorgueillir outre mesure du rôle qu'elle est appelée à jouer et se faire illusion jusqu'à croire qu'il est le principal de la pièce. Il ne faut jamais oublier que le premier rôle appartient à la statistique numérique. Celui qui dresse une statistique, compte et additionne des unités; il les classe, en forme des groupes qu'il compare et dont il tire des moyennes; en un mot, il agit sur des nombres; il fait œuvre de recenseur et de calculateur. C'est par là qu'il faut nécessairement commencer; on peut même se borner là : c'est ce que les statisticiens font le plus souvent. Toutefois il est bon d'ajouter, en passant, que la science des nombres ne saurait suffire, et que si le calculateur n'est pas familiarisé, par la connaissance de la législation, des institutions et de l'état social des peuples, dans tous les détails de la matière qu'il traite numériquement, il est exposé à commettre de grossières erreurs, tout en présentant des opérations en apparence exactes, et à n'aboutir qu'à une œuvre médiocre, souvent même dangereuse par l'illusion de rigueur mathématique qu'elle produit.

La statistique graphique ne vient qu'après l'établissement de la statistique par les nombres; elle n'est qu'un mode d'expression et, par conséquent, elle est une forme subordonnée. Le géomètre et le cartographe reçoivent les chiffres; leur œuvre consiste à les transformer en figures qui en fassent mieux comprendre le sens et les rapports.

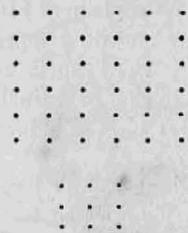
Pour atteindre ce but, la statistique graphique dispose de trois genres de procédés : les FIGURES, les CARTES et les SOLIDES. Nous allons indiquer successivement les principaux procédés de chacun de ces genres.

### I.—*Les Figures.*

Les FIGURES DE STATISTIQUE, qu'on désigne souvent par le terme plus spécial, mais moins intelligible peut-être pour le vulgaire, de *diagrammes*, comprennent les *points*, les *lignes*, les *surfaces*, les *diagrammes* proprement dits ou *courbes*; ces derniers se divisent en *diagrammes rectangulaires* et en *diagrammes polaires*.

I. Le POINT est le mode le plus élémentaire de représentation

d'un nombre par une figure. Autant de points que d'unités. L'art ne consiste guère qu'à les grouper dans un ordre qui en rende la lecture facile. Ainsi, les nombres 36 et 9 pourraient être disposés en carré —



Dans ce cas, les points présentent un aspect à peu près semblable à celui des surfaces dont nous parlerons tout-à-l'heure et qui leur sont d'ordinaire préférables. Laissons la représentation des nombres par des points au boulier-compteur qui en est peut-être l'emploi le plus pratique et, sans en parler davantage, contentons-nous de signaler un ingénieux emploi que M. Cheysson a fait de ce procédé dans son "Album du tarif des chemins de fer," en marquant par des points disposés d'une certaine manière les tarifs spéciaux à chaque gare.

II. La LIGNE est d'un usage plus fréquent.

On peut toujours représenter un nombre par une longueur; mais, comme la longueur prise pour équivalent de l'unité est arbitraire, une seule ligne, représentant un certain nombre, serait une figure absolument dépourvue de sens. En voici un exemple. Si j'écris : les États-Unis ont 182,000 kilomètres de chemins de fer, je donne la notion d'un fait statistique. Si, voulant l'exprimer par une figure, je trace la ligne—



en ajoutant : les chemins de fer des États-Unis ont une longueur représentée par la ligne A, B, je ne dis rien que l'esprit puisse saisir.

Si, comparant la longueur des chemins de fer aux États-Unis et dans les principaux États d'Europe, je dresse le tableau suivant pour la fin de l'année 1882 :—

États-Unis .....	182,350
Empire Allemand .....	34,380
Royaume-Uni .....	29,610
France .....	28,660
Russie .....	23,550
Autriche-Hongrie .....	19,740
Italie .....	9,040
Espagne .....	7,850

je puis utilement transformer ces chiffres en graphique, et, prenant le rapport de 1 millimètre pour 2,000 kilomètres, dessiner la figure suivante (voir la fig. A) :—

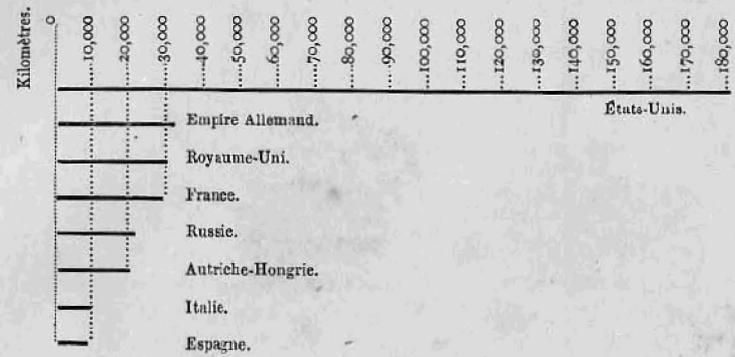


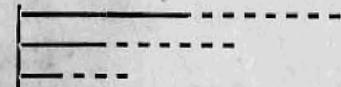
FIG. A. Longueur comparée des chemins de fer dans plusieurs États.

Cette figure a un sens. Si elle ne fournit pas une connaissance aussi précise que le tableau dont elle est tirée, elle fait une impression plus saisissante. L'importance relative des voies ferrées dans chaque État et la grande supériorité des États-Unis apparaissent d'une manière plus manifeste. L'évidence d'un rapport est précisément l'objet que souvent on se propose en employant les procédés graphiques; mais il faut que le rapport existe et, par conséquent, qu'il y ait plusieurs termes à représenter.

On figure ces lignes soit par un trait fin, soit par un trait large qui devient ainsi un rectangle allongé; c'est une question de dessin dont nous laissons le choix libre à l'auteur, en lui recommandant de chercher la forme la plus claire et la plus saisissante.

La longueur qu'il prend pour représenter l'unité dépend de l'espace dont il dispose et doit être telle que les différences qu'il veut mettre en vue soient aisément perceptibles. Elle ne sera assurément pas la même dans un livre et sur un graphique mural.

Si l'on doit figurer dans un même total des unités d'ordre différent, on peut le faire en variant la forme du trait fin, comme dans l'exemple suivant :—



Mais il sera plus facile d'exprimer cette diversité en se servant de rectangles diversement ombrés. Voici, comme exemple, la figure de l'accroissement de la population européenne en Algérie de 1833

à 1881 avec la distinction des Français et des autres européens.  
(Voir la fig. B.)

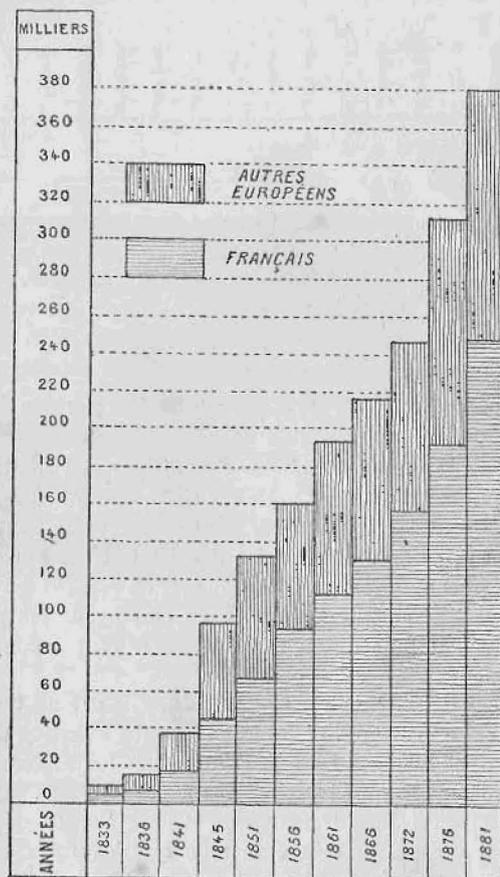


FIG. B. Population européenne en Algérie.

III.—On peut traduire les nombres par des SURFACES aussi bien que par des lignes; dans certains cas même, la surface est plus expressive. Voici, comme exemple, la superficie et la population comparées des États qui ont plus de 40 millions d'habitants, ou plus de 5 millions de kilomètres carrés de territoire. (Voir la fig. C, "Étendue et population comparées des États de la Terre," reproduite d'après notre Précis de géographie, "la Terre.") La figure est plus expressive que le tableau de statistique dont elle est tirée.

États.	Parties du monde dans lesquelles sont les possessions de l'État.	Superficie en millions de kilomètres carrés.	Population en millions d'habitants.
Empire britannique	Europe, Afrique, Asie, Océanie, Amérique du nord, Amérique du sud	22,1	304
Empire russe	Europe, Asie	21,8	100
"  chinois	Asie	11,5	372
États-Unis	Amérique du nord	9,3	50
Brésil	"  sud	8,3	13
Empire ottoman	Europe, Asie, Afrique	6,2	42
France	"  Afrique, Asie, Océanie, Amérique du nord, Amérique du sud	2,2	62
Empire allemand	Europe, Afrique	0,5	45

Superficie.

Population.

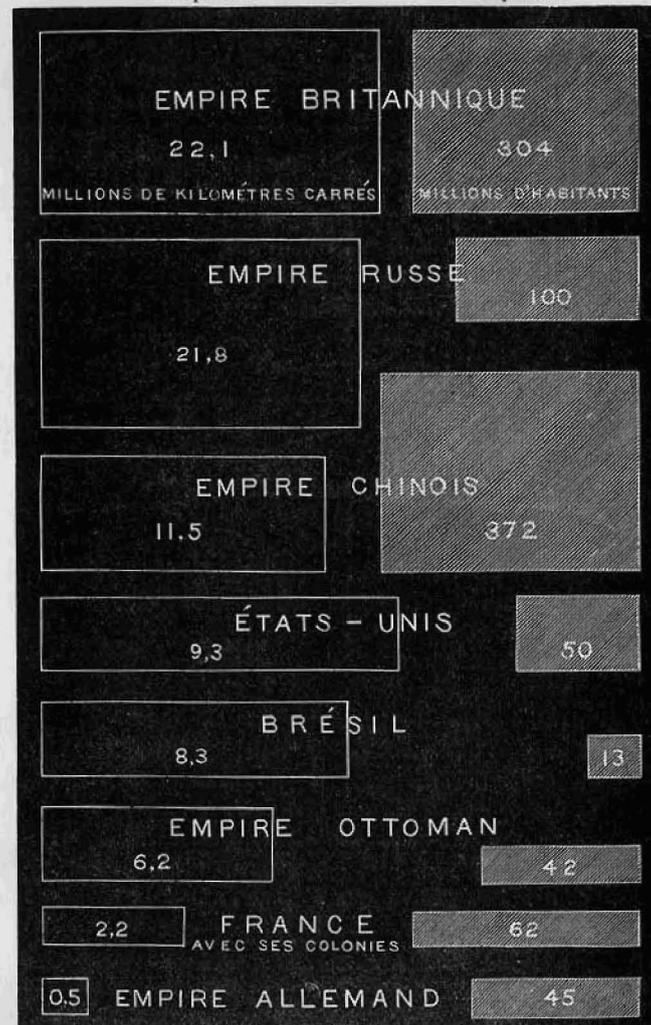


FIG. C. Étendue et population comparées des principaux États de la Terre.

Sur le côté d'une carte murale d'Europe destinée à l'enseignement, nous avons figuré chaque État par un carré tracé, autant que possible, à la place même que ces États occupent sur la carte d'Europe, et nous avons représenté ainsi par une suite de cartes de statistique le territoire, la population, le commerce, la marine. Cette série, que nous ne pouvons pas reproduire ici, est instructive, parce qu'elle montre du premier coup d'œil comment l'importance relative des États varie suivant l'aspect sous lequel on les envisage. Ainsi, on y voit que l'Angleterre a un petit territoire relativement à la Russie, que les différences entre les deux pays sont un peu moindres lorsqu'on envisage la population et que l'ordre d'importance se trouve renversé lorsqu'il s'agit du commerce et surtout de la marine, l'Angleterre étant représentée, sous ces deux derniers aspects, par une surface beaucoup plus grande que la Russie.

On peut, suivant les convenances particulières du sujet et de l'auteur, employer le carré, le losange, le rectangle, le cercle ou même le triangle. Quelques auteurs se sont servis du triangle isocèle, dans lequel ils réunissaient par couches superposées les divers éléments d'un tout, réservant aux moindres quantités la partie supérieure, afin de les rendre plus sensibles en leur donnant plus de hauteur; ce procédé ne doit être employé que dans des cas exceptionnels et ne saurait être recommandé d'une manière générale, parce que les surfaces ne se ressemblent pas assez pour que la notion d'importance relative s'en dégage nettement. Les cercles, au contraire, que l'on peut diviser en autant de secteurs que le sujet l'exige, sont d'un emploi commode et fréquent. Nous leur préférons cependant d'ordinaire les carrés ou les rectangles, parce que l'auteur n'a pour ainsi dire pas de calculs à faire et de peine à prendre pour les tracer sur un papier quadrillé, et parce que le lecteur se rend plus aisément compte de la différence des aires de deux rectangles de même base ou même de deux carrés que de celle des aires de deux cercles.

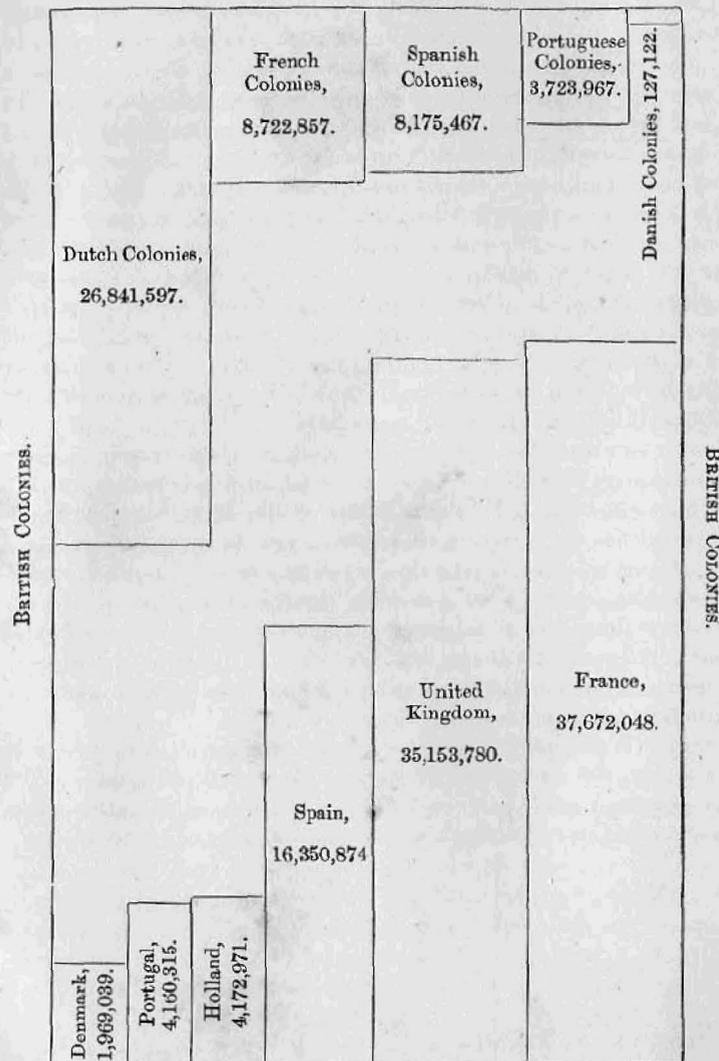
Dans le discours d'ouverture de la session de 1884-85, le président de la Société de Statistique de Londres, Sir Rawson W. Rawson, se proposait de montrer la grandeur des colonies britanniques. Il a pris pour représenter la population totale de ces colonies un rectangle occupant à peu près tout l'espace dont l'imprimeur disposait sur une page, et dans ce rectangle il a inscrit deux séries de rectangles représentant, d'un côté, la population coloniale des autres États européens (les derniers agrandissements de la France n'y sont pas compris) et, de l'autre, la population des métropoles européennes, y compris le Royaume-Uni. Tous ces petits rectangles se casent facilement dans le grand sans le remplir, et le lecteur qui voit cette figure conçoit immédiatement une haute idée de l'importance de l'Empire britannique: c'est précisément ce

que voulait l'auteur. L'éditeur du "Statesman's Year-Book" a reproduit dans le volume de 1885 cette figure expressive, bien qu'elle soit d'un dessin très simple. (Voir la fig. D.)

## POPULATION.

FIG. D. *Comparison of Countries and Colonies, to scale.*

BRITISH COLONIES, 213,918,000.



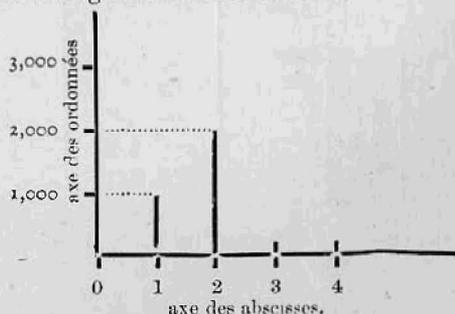
The entire figure represents the POPULATION of the  
BRITISH COLONIES.

IV. Le DIAGRAMME a des emplois plus variés que la ligne et la surface. C'est que les lignes et les surfaces n'expriment qu'un rapport simple entre deux ou plusieurs objets, tandis que la courbe exprime la série des rapports existant entre deux faits dont l'un est fonction de l'autre.

Ainsi, lorsqu'on dresse le graphique de la longueur des chemins de fer dans divers États, on n'a à considérer que la longueur relative des lignes; on peut d'ailleurs les tracer horizontalement ou verticalement et les espacer à volonté. Mais, si l'on veut représenter le nombre des kilomètres de chemins de fer en exploitation aux États-Unis à la fin de chaque période décennale, l'espacement des lignes cesse d'être arbitraire, parce qu'il faut tenir compte à la fois de la longueur des chemins et du temps écoulé.

Pour simplifier la démonstration, supposons que nous ayons sous la main un papier quadrillé d'avance; c'est sur un papier de ce genre qu'on dresse le plus souvent les diagrammes rectangulaires. Sur une ligne verticale, qui est l'axe des ordonnées, nous commençons par porter l'échelle du fait en fixant la longueur par laquelle nous voulons représenter l'unité de ce fait: c'est l'échelle des ordonnées. S'il y a 1,000 unités du fait, la ligne à tracer s'élèvera du pied de la figure jusqu'à la hauteur du point où est marqué le nombre 1,000 sur cette échelle; si 2,000, jusqu'à une hauteur double. Les faits sont en quelque sorte empilés les uns sur les autres et s'élèvent en colonnes proportionnelles au nombre des faits accomplis. En même temps, sur la ligne horizontale qui forme le pied de la figure en faisant un angle droit avec la ligne des ordonnées—d'où le nom de diagramme rectangulaire ou orthogonal qu'on donne à ce genre de figure—et que les géomètres nomment ligne des abscisses, nous portons des divisions égales pour représenter des temps égaux, et c'est en observant les espaces déterminés par ces dernières divisions que nous élevons à chaque période la ligne représentant l'intensité du fait.

Ainsi le statisticien, grâce à la géométrie, met à sa véritable place dans un certain cadre un fait déterminé par deux données numériques, comme le géographe met un lieu en sa place sur la carte à l'aide de la longitude et de la latitude.



Les colonnes de faits empilés se trouvent de cette façon rangées en ordre les unes après les autres, comme les faits le sont en réalité dans la succession des temps. Nous obtenons donc non seulement l'expression graphique du fait à diverses époques, mais une mesure des variations que ce fait a subies dans le temps et proportionnellement au temps écoulé. Plus a été grand l'accroissement des voies ferrées durant une période, plus les lignes s'élèvent rapidement à la suite les unes des autres. Dans l'exemple que nous venons de choisir, les quantités s'ajoutant les unes aux autres, la série est nécessairement partout ascendante; elle pourrait avoir un tout autre aspect si les faits représentés ne s'ajoutaient pas les uns aux autres.

La ligne des abscisses est indépendante de celle des ordonnées en ce sens que l'unité n'a pas besoin et souvent ne peut pas être représentée par une longueur égale sur l'une et sur l'autre ligne. Toutefois le choix de la longueur représentant l'unité n'est pas sans importance; il doit être fait de manière à rendre sensibles les variations qu'il importe de faire connaître. Lorsque les variations du phénomène sont très accentuées, il n'y a pas d'inconvénient à les espacer sur la ligne du temps; il convient, au contraire, de donner en général à l'unité une longueur plus grande sur l'axe des ordonnées et une longueur moindre sur l'axe des abscisses, si les variations sont faibles.

On peut à son gré élever verticalement sur la ligne des abscisses des lignes fines montant de la base jusqu'à la hauteur calculée ou des colonnes figurant autant de rectangles allongés. Des statisticiens ont conseillé d'employer de préférence le second procédé lorsqu'on représentait des moyennes. En réalité, il n'y a pas de règle à imposer à cet égard: la clarté nous paraît là, comme ailleurs, la règle suprême de la statistique figurée.

Voici une figure, empruntée en grande partie au travail de M. Sœtbeer sur les métaux précieux, qui représente la moyenne de la production annuelle de l'argent dans le monde (Voir la fig. E, "Production de l'argent par régions, de 1493 à 1880," extraite de notre Précis de géographie, "la Terre"). Ce n'est pas parce que le poids d'argent indiqué pour chaque période est la moyenne de cette période que le procédé des colonnes a paru préférable; c'est parce que la colonne, pouvant être divisée plus facilement que la ligne, donne aussi plus de facilité pour représenter la part de chaque grande région dans la production totale.

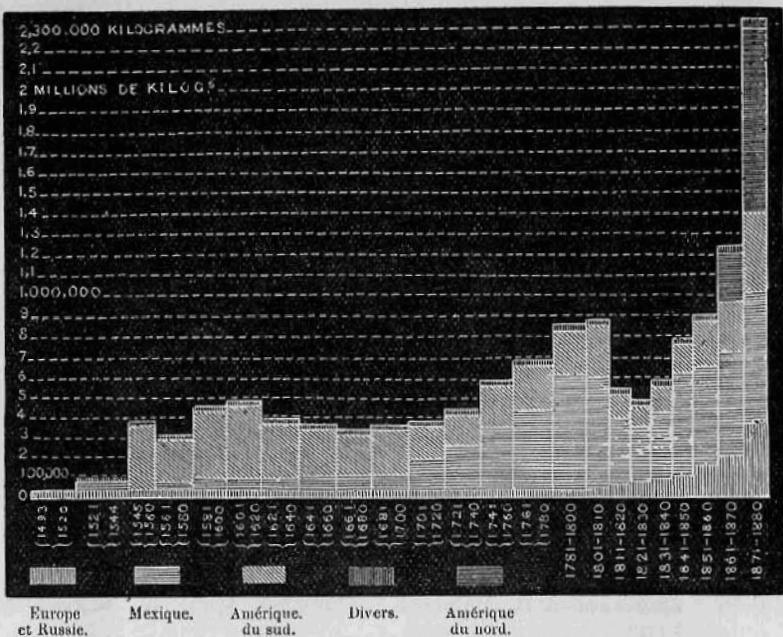


FIG. E. Production de l'argent, par régions, de 1493 à 1880.

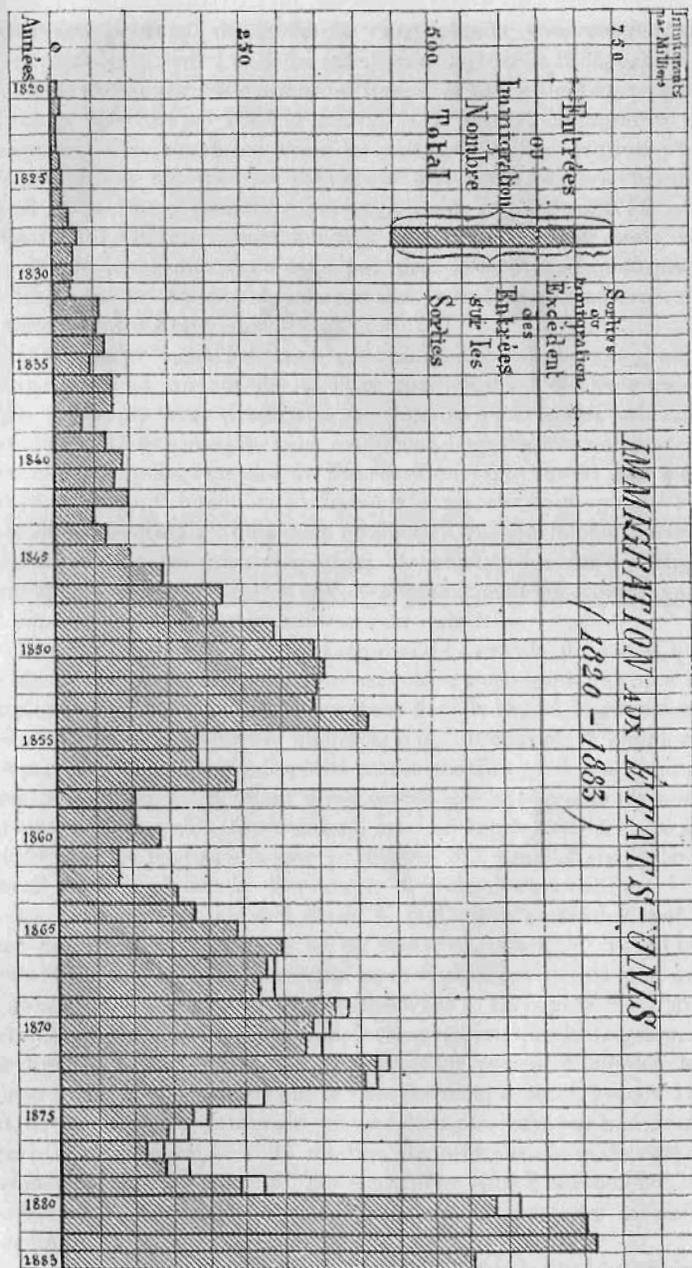
La figure de l'immigration aux États-Unis depuis 1820, qui est d'un dessin plus sommaire, représente non des moyennes, mais des nombres absolus pour chaque année. (Voir la figure ci-jointe, fig. F, "Immigration aux États-Unis, 1820-83," extraite d'une conférence que nous avons faite à la Société d'acclimatation.) Cependant les colonnes lui conviennent aussi, parce qu'elles permettent de distinguer par des lignes différentes l'immigration totale ou brute et l'immigration nette, déduction faite de l'émigration pour les années où la statistique fournit ce renseignement.

Ces deux figures ont une certaine éloquence démonstrative.

Sur la première, nous lisons très distinctement les influences successives qui ont agi sur la production et la valeur de l'argent, la conquête du Pérou, le progrès de l'industrie minière au Mexique pendant le XVIII<sup>e</sup> siècle, les guerres de l'indépendance des colonies espagnoles, enfin l'exploitation des mines de la Cordillère du nord; et nous nous rendons aisément compte de la situation défavorable dans laquelle se trouve aujourd'hui l'argent trop abondant sur le marché monétaire.

La seconde montre par des signes non moins manifestes les causes qui peuvent précipiter ou ralentir le courant de l'immigration. De 1832 à 1848, cette immigration subit l'influence des

FIGURE F.



d'un coup d'œil, par leur croisement même, en quel lieu et à quelle heure les trains se rencontrent.

Voici, comme exemple de l'emploi de plusieurs courbes, une figure du commerce des Colonies britanniques de l'Australasie, sur laquelle nous avons pu associer cinq faits sans confusion et avec profit. (Voir la figure ci-jointe, fig. G, "Commerce total des sept colonies, importation et exportation, et commerce d'importation et d'exportation avec l'Angleterre." Extrait de la Revue Coloniale internationale, numéro de Septembre.)

L'importation et l'exportation sont deux faits qui ont une étroite corrélation. L'enchevêtrement des deux courbes qui les représentent montre l'alternance de supériorité de l'une sur l'autre. On peut rendre plus sensible à l'œil la différence en remplissant l'intervalle entre les deux courbes par une couleur ou par une hachure, comme nous l'avons fait pour le commerce de l'Angleterre avec ses colonies d'Australasie; l'excès de l'une à l'égard de l'autre se mesure ainsi plus facilement à l'œil.

Voici un autre exemple où le nombre des courbes est de huit. (Voir la figure ci-jointe, fig. H, "Tables de survie de la France, etc.") C'est la réduction d'une figure murale dont nous nous servons dans notre enseignement pour faciliter la comparaison des principales tables de survie. L'axe des abscisses représente les âges; l'axe des ordonnées, le nombre des vivants. Ce nombre se trouvant diminué à chaque âge du nombre des décès de l'âge précédent, la courbe s'abaisse d'autant plus vite que la mortalité est plus grande. La figure montre combien cette mortalité était plus rapide autrefois (Halley, Dupré de St. Maur, Duvillard) qu'aujourd'hui dans la masse de la population, surtout durant l'enfance; combien la vitalité se ressemble en France et en Angleterre, comment elle est plus solide en Suède et surtout en Norvège qu'en France, plus pour les têtes choisies (Deparcieux) que pour l'ensemble d'une population: notions diverses qui apparaissent tout d'abord à l'œil d'une manière saisissante sur la figure, et qu'il faudrait chercher longuement dans des tables.

En employant des couleurs diverses, on peut multiplier le nombre des courbes et même tracer sans confusion des courbes qui s'enchevêtrent. En voici un exemple tiré du mémoire, "Electoral Statistics," de M. J. Biddulph Martin, qui a été lu devant la Société de Statistique en février 1884. L'auteur se proposait de mettre en parallèle, d'une part, l'accroissement de la population rurale et de la population urbaine de l'Angleterre (avec le Pays de Galles), d'autre part, celui du nombre des électeurs de l'une et de l'autre catégorie. Au début, en 1831, 62·5 pour cent de la population totale appartenaient à la première catégorie et 37·5 à la seconde; sur 100 électeurs inscrits, il y en avait 56·8 de la première et 43·2

G

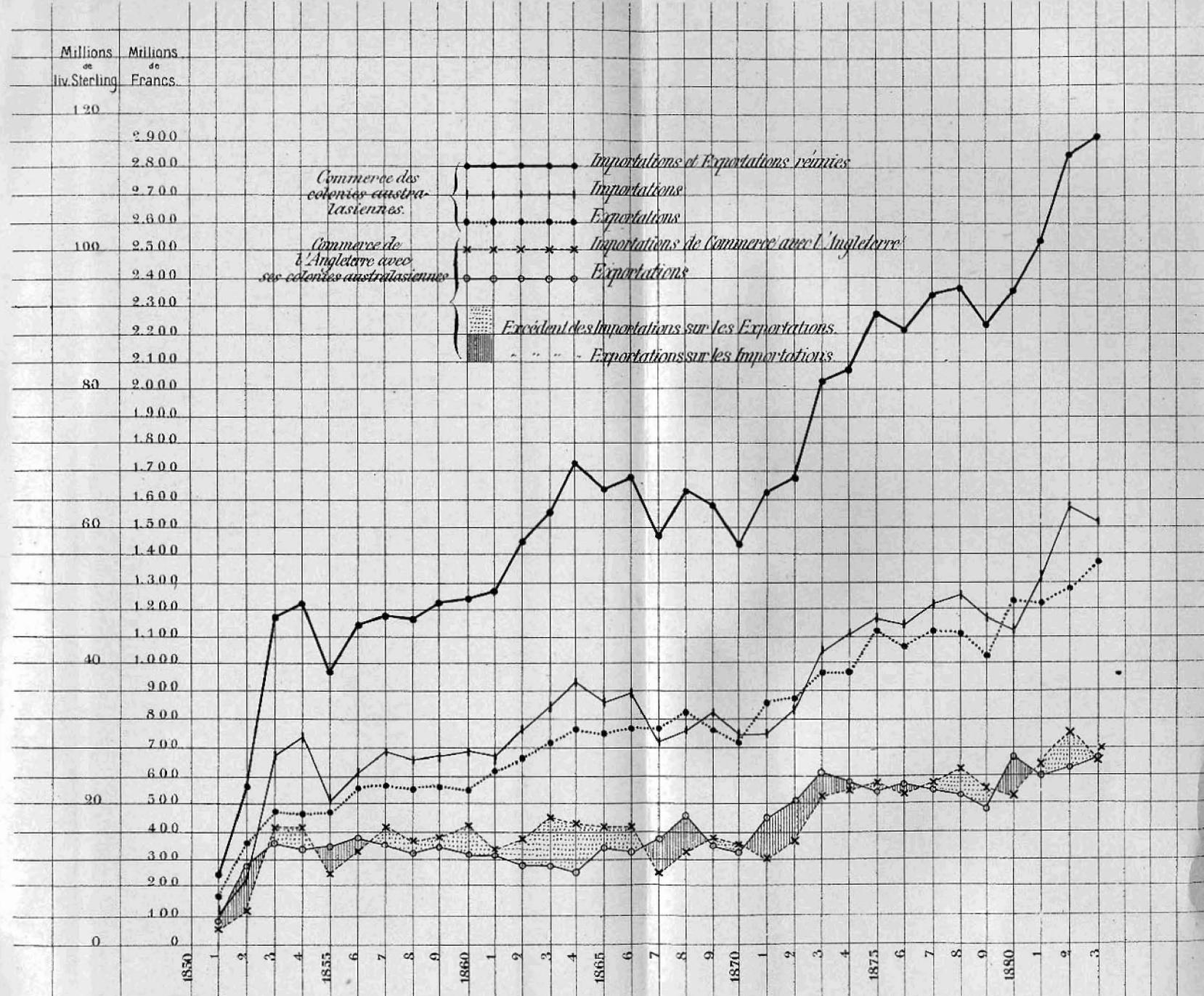
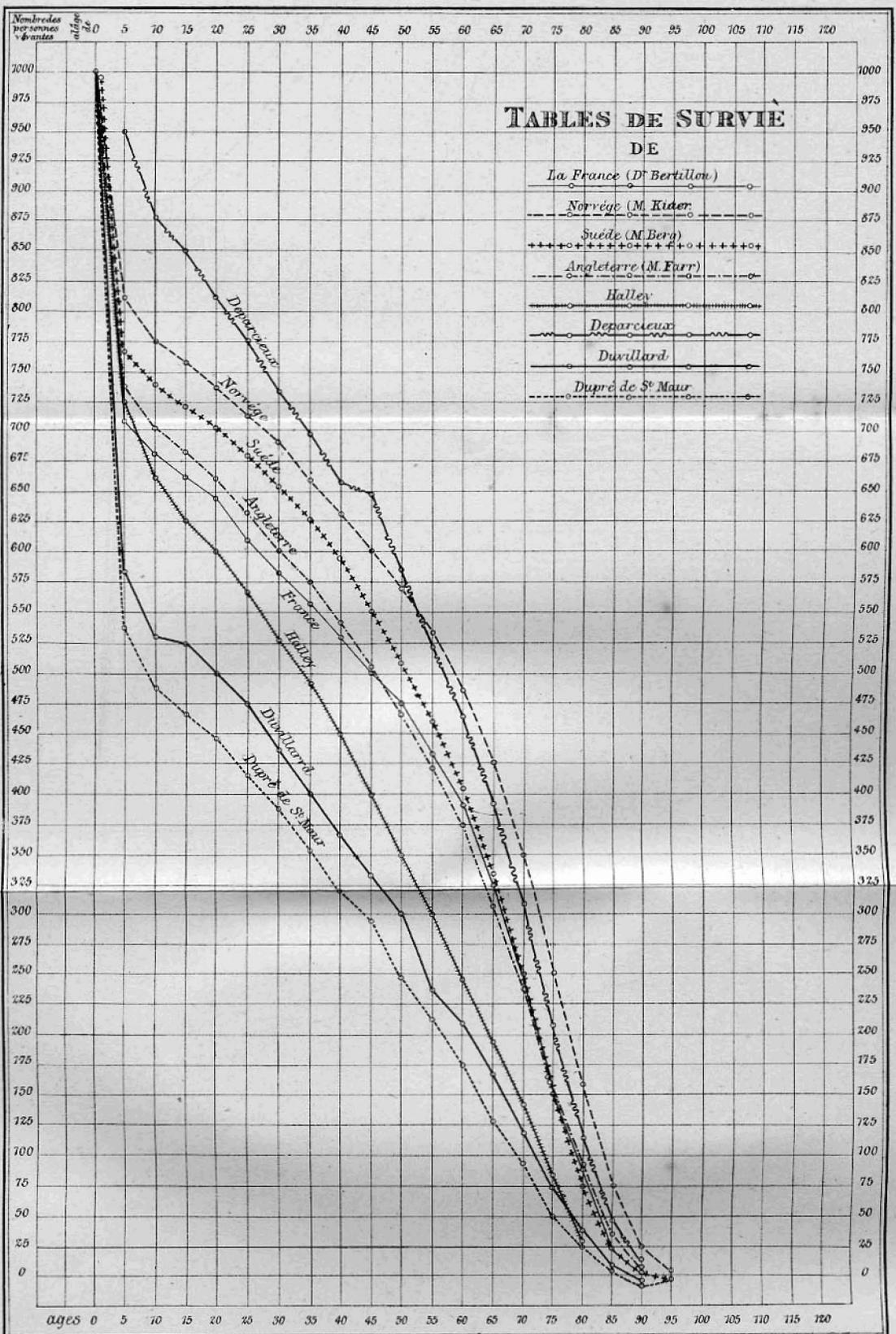


Figure G. Commerce total des sept colonies (importation et exportation) et commerce d'importation et d'exportation avec l'Angleterre.  
(Extrait de la REVUE COLONIALE INTERNATIONALE)

FIG. H.



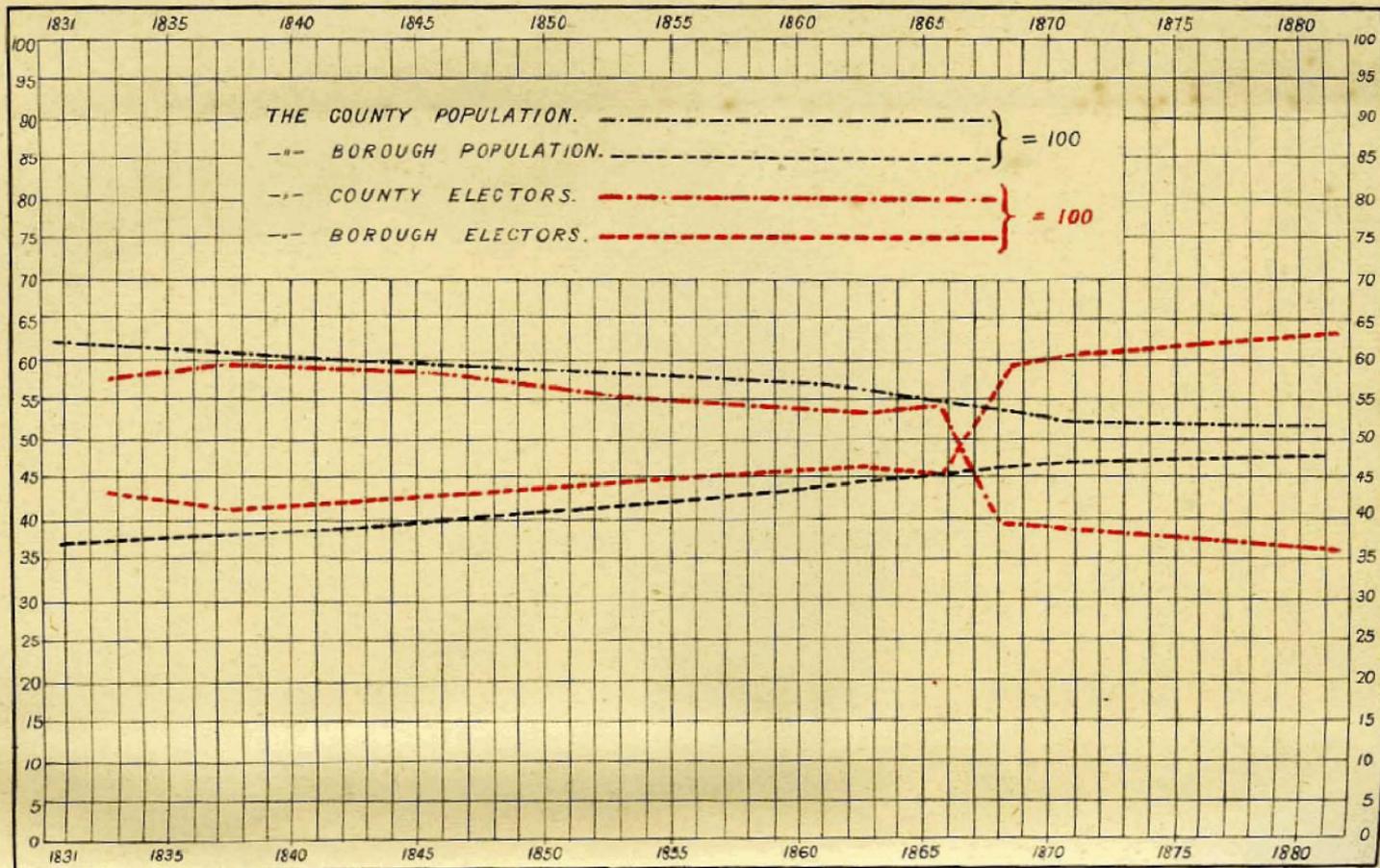
de la seconde. De 1831 à 1881, la population a augmenté de 86·8 pour cent et le nombre des électeurs a presque quadruplé ; mais, à cette dernière date, la population urbaine égale presque la population rurale, et le nombre des électeurs urbains dépasse de plus des deux tiers le nombre des électeurs ruraux. Ces rapports, quoique complexes, et l'influence que la loi de 1867 a exercée sur leur changement apparaissent avec clarté sur la figure, grâce à l'emploi de deux couleurs (voir la figure ci-jointe, fig. J).

Dans le diagramme rectangulaire, l'axe des abscisses est une ligne droite sur laquelle les ordonnées s'élèvent, espacées comme le sont les phénomènes dans le temps. On peut construire un diagramme par un procédé différent, en faisant partir toutes les coordonnées d'un centre comme autant de rayons : on obtient le **DIAGRAMME POLAIRE**. Ces coordonnées rayonnantes ont d'ailleurs, comme dans le diagramme rectangulaire, une longueur proportionnelle à l'importance des faits qu'elles représentent. Les espaces qui les séparent ne sont pas non plus arbitraires dans ce genre de figure : ils sont mesurés par des angles, au lieu de l'être par des lignes droites.

Les diagrammes polaires ont une certaine élégance qui les fait adopter de préférence par quelques statisticiens. Ils ont l'avantage de ramasser dans un petit espace un certain nombre de faits, et de bien marquer la continuité du phénomène de la fin d'une période au commencement de la période suivante, décembre, par exemple, se trouvant, dans un diagramme polaire des douze mois de l'année, contigu à janvier. Aussi les emploie-t-on souvent pour représenter des phénomènes qui se produisent aux diverses époques de l'année. Voici, comme spécimen, un diagramme dressé par M. Janssens, chef de la Statistique municipale de Bruxelles, qui figure la mortalité moyenne par mois (période 1870-84) des enfants de 0 à 1 an et celle des enfants de moins de 1 mois à Bruxelles. (Voir la fig. K, "Mortalité des enfants de moins d'un mois et des enfants de 0 à 1 an à Bruxelles.") Pour faciliter l'intelligence de la figure, l'auteur a tracé le cercle de la mortalité moyenne pour l'année entière, et, d'après un procédé que nous avons déjà signalé en parlant des diagrammes (importation et exportation de l'Angleterre en Australasie), il a marqué par des teintes différentes les mois où la mortalité dépasse la circonférence, c'est-à-dire où elle est au-dessus de la moyenne, et ceux où elle reste en deçà, c'est-à-dire où elle est au-dessous de la moyenne. L'influence néfaste de l'été sur la vie des petits enfants s'y montre d'une manière très apparente. La mortalité des enfants de moins d'un mois, représentée par le petit cercle intérieur, a deux maximum, l'un en été et l'autre en janvier.

Fig. J.

## DIAGRAM SHOWING THE PERCENTAGE FROM 1831 TO 1881 OF



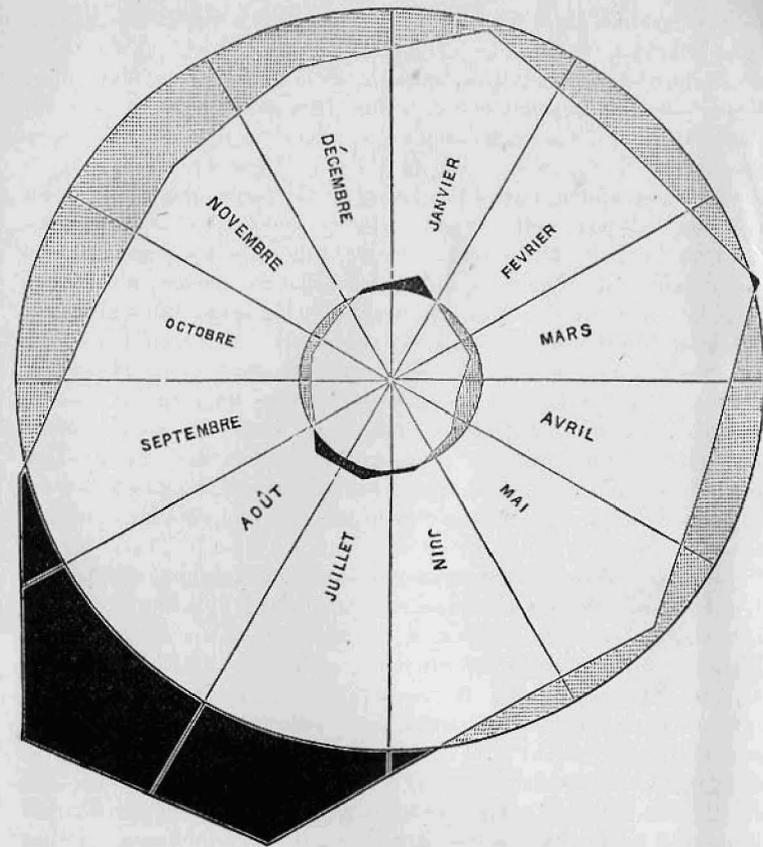


FIG. K. Mortalité des enfants de moins d'un mois et des enfants de 0 à 1 an à Bruxelles, par M. Janssens.

Le diagramme polaire est d'un excellent usage pour représenter la direction et l'intensité des vents dans une localité; M. Lalanne en a donné le premier exemple dans l'appendice de la traduction de la météorologie de Kaemtz, en 1843. Un tableau du nombre des jours où le vent a soufflé S.E., N.E., etc., est d'une lecture difficile, tandis qu'une figure, telle que la suivante (voir la

Fig. L), parle d'elle-même et accuse tout d'abord la prédominance des vents d'ouest. Sur une carte météorologique que nous ne pouvons reproduire ici, et sur laquelle nous avons représenté de cette manière la rose des vents dominants par départements, on remarque du premier coup d'œil la prédominance des vents d'ouest dans la por-

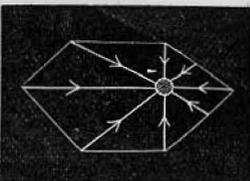


FIG. L. Direction des vents.

tion occidentale de la France, et celle des vents du sud et du nord dans le bassin du Rhône.

Notons, en passant, le diagramme de l'indicateur de Watt, dans lequel l'abscisse marque la course du piston, l'ordonnée la pression de la vapeur et où la surface enveloppée mesure le travail: ce genre de diagramme relève de la mécanique plutôt que de la statistique.

Le diagramme, surtout le diagramme rectangulaire, est de beaucoup la figure de statistique la plus usitée. Descartes, en fondant la géométrie analytique, a donné la loi de ce genre de représentation d'une série de nombres et il l'a lui-même employé, ainsi qu'il le dit dans le "Discours sur la Méthode." C'est un écrivain Anglais, W. Playfair, qui paraît en avoir fait le premier une application aux études économiques dans ses "Tableaux d'arithmétique linéaire du commerce, des finances, et de la dette nationale d'Angleterre," publiés en 1789. Nous n'insistons pas, parce que nous voulons faire un exposé sommaire et non une histoire des procédés graphiques appliqués à la statistique; nous nous bornons donc à renvoyer pour plus de détails aux ouvrages les plus autorisés sur la matière, en premier lieu à "La Méthode graphique dans les sciences expérimentales et principalement en physiologie et en médecine" (1879), par M. Marey, membre de l'Institut; en second lieu, au mémoire de M. G. Mayr intitulé, "Gutachten über die Anwendung der graphischen und geographischen Methode in der Statistik" (1874), et au "Rapport de M. Cheysson sur les méthodes de statistique graphique à l'exposition de 1878."

Quand on examine, comme l'a fait M. Marey, qui a donné à la fois le précepte dans son livre et l'exemple dans ses beaux travaux de physiologie, l'emploi des graphiques non seulement dans la statistique, mais dans les sciences de la nature, on trouve des cas où le diagramme est non pas la traduction des nombres en figure, mais la seule expression possible des phénomènes; tel est, par exemple, le cas de battements du pouls et de l'enregistrement de la température. L'auteur qui ferait une étude complète des graphiques devrait distinguer nettement les graphiques statistiques, qui sont la traduction par des figures de nombres déjà connus, et les graphiques enregistreurs employés dans les sciences naturelles, surtout en physiologie, qui inscrivent automatiquement des phénomènes souvent impossibles à percevoir directement par l'œil. Les uns et les autres représentent des faits sous forme de figures; mais les derniers sont, comme le microscope, des moyens d'investigation que rien ne pourrait remplacer et se classent, par conséquent, parmi les procédés d'invention.

Dans la salle des séances du congrès de statistique de Londres, on remarquait la collection des diagrammes muraux de M. Price Williams qui représentaient le taux d'accroissement de la population

de chaque quartier de Londres depuis le commencement du siècle et qui montraient d'une manière très expressive l'état stationnaire et même la diminution des quartiers de la cité, à côté du rapide développement de la partie occidentale. La semaine précédente, les murs de la salle du congrès de statistique de Paris étaient garnis de diagrammes, relatifs pour la plupart à la démographie, parmi lesquels figuraient ceux de M. Loua, ceux de M. Bertillon fils, ceux de M. R. Lafabrègue, particulièrement distingués par l'élégance de l'exécution. C'est à l'aide d'un diagramme de ce genre, qui me sert pour mon enseignement, que j'ai retracé, dans une séance du congrès, l'histoire de la natalité française.

## II.—*Les Cartes.*

Si la courbe est employée le plus souvent pour représenter la relation d'un fait statistique avec le temps, la carte de statistique l'est toujours pour en marquer la relation avec l'espace. Je m'explique. De même qu'une série de lignes régulièrement espacées et figurant par leur hauteur l'intensité du phénomène à chaque époque fait d'un coup d'œil voir, ainsi que nous l'avons dit, les variations de ce phénomène dans la suite des temps ou ses relations avec un autre phénomène, de même la juxtaposition sur une carte de signes représentant un fait statistique et disposés conformément à certaines divisions territoriales montre d'un coup d'œil la relation de ce fait avec le territoire. Le premier est un tableau synoptique de la chronologie des phénomènes; le second, de leur topographie.

Il est aisé de comprendre l'intérêt de ce dernier genre de figure. Aussi les CARTES DE STATISTIQUE ou *cartogrammes*, comme on les désigne par une expression plus technique, occupent-elles une place importante dans la statistique figurée.

Nous les classons en quatre espèces principales : les *cartes avec diagrammes*, les *cartes teintées par divisions territoriales*, les *cartes avec courbes*, les *cartes en relief*.

I. On peut, sur une carte ordinaire, appliquer la plupart des figures dont nous avons déjà parlé, telles que lignes, surfaces, diagrammes polaires ou autres. Leur position dans chaque circonscription ou dans chaque localité où le phénomène est représenté suffit pour marquer leur relation topographique.

Voici quelques exemples de l'emploi de ce procédé qui constitue la CARTE AVEC DIAGRAMMES.

Une carte d'Europe sur laquelle la longueur des chemins de fer de chaque État, représentée par une ligne horizontale, est tracée sur l'emplacement de chaque État, débordant même, s'il le faut, hors de ses limites, donne une idée de la répartition topographique des voies ferrées et de leur importance relativement au territoire de ces États. En même temps, un cercle ou un carré peut figurer soit le prix moyen du kilomètre carré, soit le nombre d'habitants par

kilomètre carré de chemin de fer, et rendre la carte plus instructive. Sur une telle carte il y a combinaison de la ligne et de la surface. Dans le dernier Album graphique du ministère des travaux publics, M. Cheysson a dressé une carte de ce genre pour représenter l'accroissement ou la diminution de la population dans chaque département et à chacun des quatorze recensements; il l'a fait à l'aide de cercles divisés en quatorze secteurs et placés sur le territoire du département et il a réussi à donner une image claire d'un phénomène très complexe.

C'est par le procédé des surfaces qu'ont été dressées les quatre-vingt-deux cartes de l'Atlas statistique du ministère des finances représentant les résultats de la nouvelle évaluation du revenu foncier des propriétés non bâties en France. Dans chaque département est inscrit un rectangle divisé généralement en dix parties égales, dont la surface totale marque la plus grande intensité du phénomène; dans chaque rectangle la partie coloriée indique l'intensité particulière de ce phénomène dans le département en 1879, et la partie ombrée l'intensité à une époque antérieure. Nous insérons ici, comme spécimen (voir la fig. M), un fragment de la

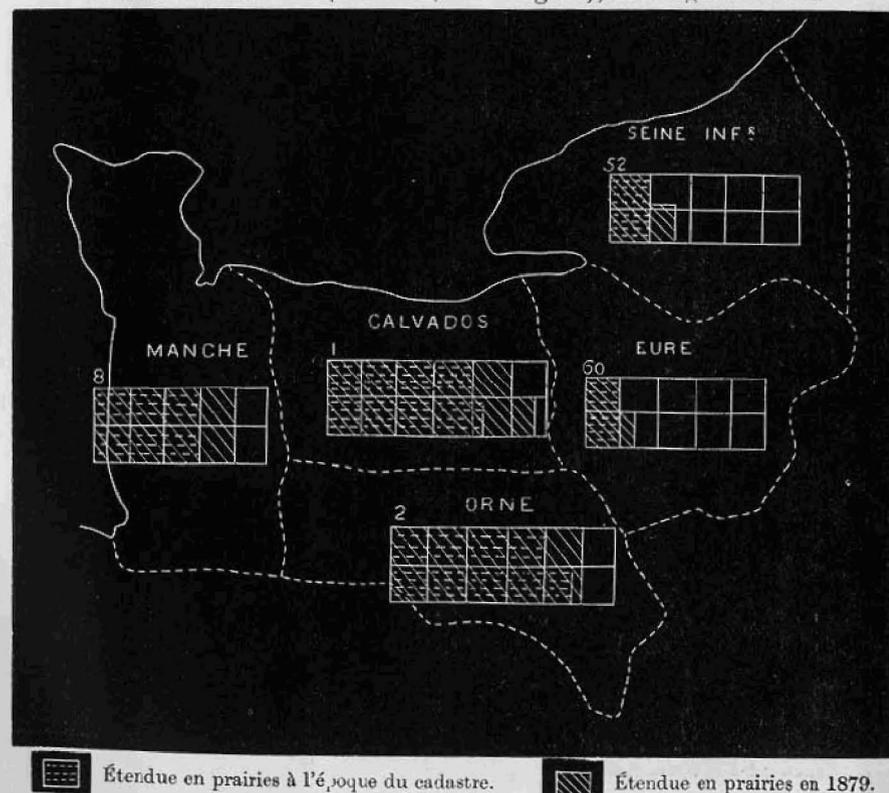


FIG. M. L'étendue des prairies en Normandie, à deux époques.

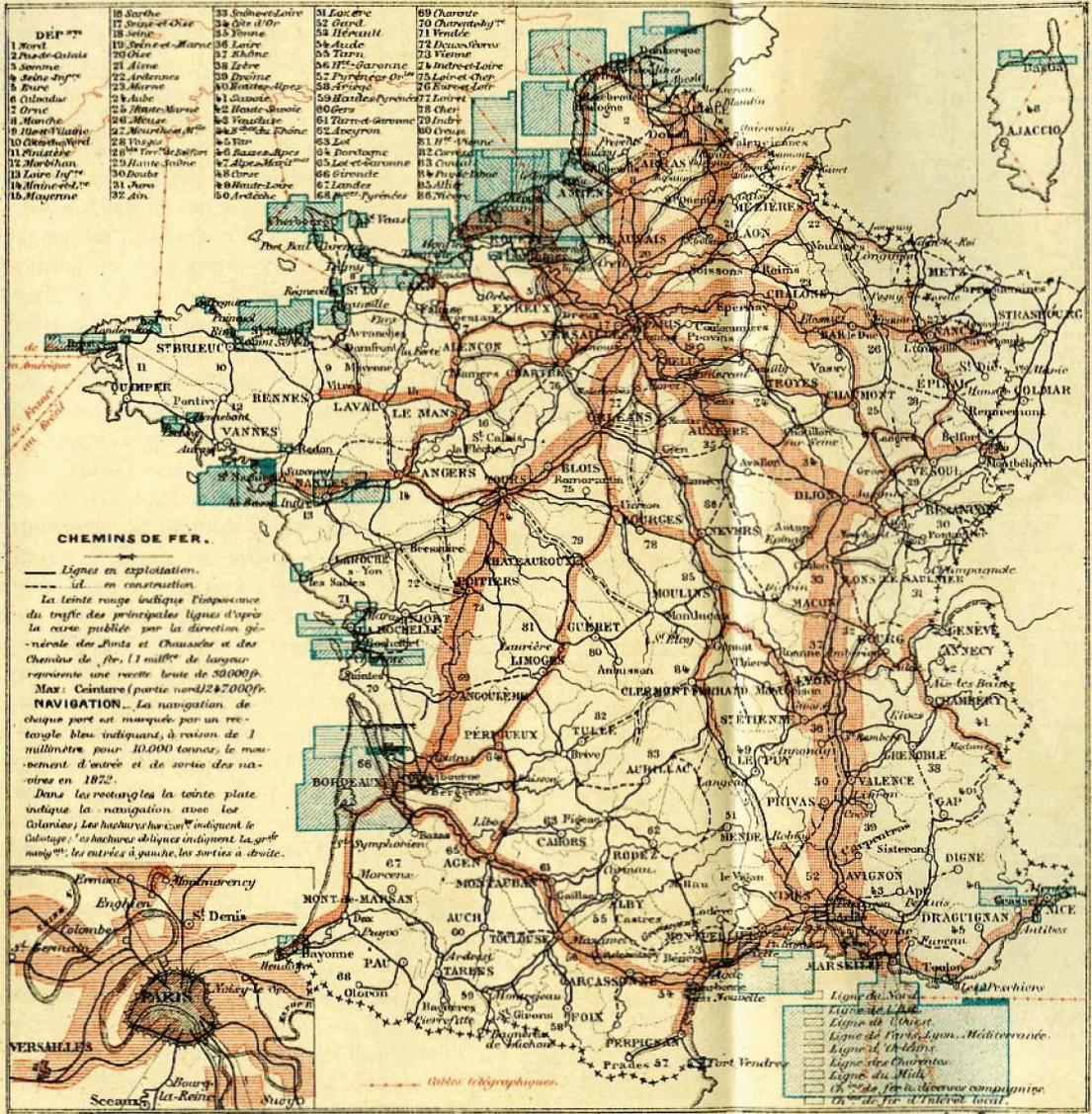
carte No. 4, "Contenance imposable des près et herbages," qui montre clairement la division de la Normandie en deux régions, celle des terres de labour (Seine-Inférieure et Eure), et celle des herbages, et l'accroissement des prairies dans cette dernière région depuis le cadastre.\*

M. Cheysson, lorsqu'il était directeur de la Statistique graphique au Ministère des Travaux publics, a créé une intéressante publication, "l'Album graphique," dont l'objet principal était de vulgariser par des figures et surtout par des cartes la statistique des voies de communication et des transports. Il y a employé fréquemment les *cartogrammes à bandes*, qui conviennent particulièrement aux voies de communication et dont avaient fait usage avant lui, en France, un autre ingénieur, M. Minard, et, en Belgique, M. Belpaire. Les bandes suivent la direction des voies de communication et ont une largeur proportionnelle à l'importance du fait (nombre de voyageurs, recette kilométrique, etc.), qui est représenté par chaque bande ou par chaque section de bande. M. Cheysson les a ingénieusement comparées à des fleuves qui roulent, non des mètres cubes d'eau, mais des tonnes de marchandises et dont le lit s'élargit à mesure qu'augmente le débit. Une même bande peut se composer de plusieurs bandes parallèles, comme un total se compose de plusieurs éléments : par exemple, dans le tonnage transporté, on peut distinguer les vins, les matières premières, les produits manufacturés, etc.

Les bandes peuvent se combiner avec d'autres figures : par exemple, avec des cercles, figurant l'importance du trafic des gares. Il y a longtemps qu'on a représenté ainsi, d'une manière ingénieuse, l'importance de la production du charbon de terre dans chaque bassin et celle de l'importation de chaque pays étranger en France, figurées par des cercles ou par des carrés, et, en même temps, le transport de ces houilles jusqu'aux lieux de consommation par des lignes de largeur proportionnelle aux quantités. On voit d'un coup d'œil sur une carte de ce genre tout le mouvement commercial du charbon de terre en France, la convergence des houilles du bassin du nord, de la Belgique et de l'Angleterre vers Paris, le rayon d'approvisionnement de chaque bassin ou de chaque pays importateur, la manière dont ils se limitent ou se pénètrent les uns les autres.

Sur la carte ci-jointe, extraite de notre atlas (voir la fig. N), nous avons reproduit une carte extraite des publications du ministère des Travaux publics, qui figurait le trafic des chemins de fer par des bandes d'une largeur proportionnelle à la recette

\* Chaque carré représente 15,000 hectares, soit 150,000 pour les 10 carrés du rectangle. Nous avons dû, sur cette figure, remplacer le coloris par des hachures ; néanmoins la figure reste claire.



brute kilométrique de la ligne; nous y avons ajouté, à l'aide de rectangles, le mouvement de la navigation des principaux ports en distinguant l'entrée, la sortie et la navigation avec les colonies pour l'année 1872.

II. La statistique officielle publie un grand nombre de renseignements, dont le total général pour un État se compose de totaux partiels correspondant aux divisions administratives de cet État. En France, le département est la division la plus importante; c'est celle qui a servi de cadre aux tableaux de l'Annuaire statistique de la France, que publie le ministère du Commerce. L'arrondissement, le canton, la commune fournissent des divisions de moindre étendue.

Veut-on représenter ces renseignements sur une carte par des teintes ou des hachures? On dresse une CARTE TEINTÉE PAR DIVISIONS TERRITORIALES. Dans le diagramme on figure chaque fait par une dimension exactement proportionnelle à son importance. Mais on ne saurait avoir autant de couleurs ou d'espèces de hachures qu'il y a de degrés d'intensité du fait; il est donc nécessaire d'établir des catégories. C'est à l'auteur qu'il appartient de voir, suivant le sujet qu'il traite et le nombre de teintes dont le mode d'impression lui permet de disposer, en combien de catégories il convient de distribuer la série des éléments qu'il doit représenter.

Une autre question à trancher est celle de la couleur. Quand la figure est imprimée en typographie dans un livre, cette question est décidée d'avance; *l'impression vient en noir*, et les catégories ne se distinguent que par le genre et l'intensité des hachures; on peut, dans ce cas, adopter soit des points de plus en plus rapprochés, soit des lignes de plus en plus épaisses ou de plus en plus serrées, soit des lignes croisées. M. Bertillon père avait dressé les cartes de sa "Démographie figurée" en établissant neuf catégories d'après ce procédé qui a l'avantage d'être moins coûteux que l'impression en couleur.

Beaucoup de statisticiens, lorsqu'ils emploient la couleur, n'en admettent qu'une seule pour représenter sur une carte un même ordre de faits; c'est le *système monochrome*, auquel se rattachent les cartes avec hachures imprimées en noir. Puisqu'il s'agit, disent-ils, d'un seul ordre de faits variant d'un lieu à un autre, non en genre, mais en intensité, il convient de les figurer par des teintes graduées d'une même couleur: c'est d'après le système que sont coloriées les petites cartes, très claires, qui accompagnent l'Annuaire statistique de l'Empire allemand. Nous signalons, comme spécimen, une des cartes qui accompagnent l'Annuaire de 1884; elle figure le rapport de la population industrielle à la population totale. Ne pouvant reproduire ici cette carte, nous renvoyons le lecteur à l'Annuaire; il y verra que les hachures, qui renforcent les teintes,





cent, moyenne générale du Royaume-Uni, et six de bleu pour les comtés qui avaient moins. Par un procédé inverse du notre, il a réservé les teintes bleues les plus claires aux circonscriptions qui se rapprochent le plus de la moyenne et les plus foncées à celles qui s'en éloignent le plus. Il fait comprendre ainsi comment se groupent les populations stables et les populations mobiles et laisse deviner les rapports qui existent entre cette mobilité et la nature du sol ou la condition économique des habitants. On immigre peu en Irlande, surtout dans les comtés de l'occident, peu dans les Highlands, peu dans la région montagneuse de l'Angleterre, Cumberland Pays de Galles occidental, Cornouailles, peu dans la plaine agricole de l'est. Il faut lire le mémoire de M. Ravenstein si l'on veut bien comprendre pourquoi beaucoup de natifs émigrent de ces régions qui ont peu d'industrie et trop peu de travail à offrir pour attirer ou même pour retenir les salariés, pourquoi on immigre, au contraire, beaucoup dans les régions manufacturières et commerciales de Glasgow et d'Edimbourg, du Northumberland et du Durham, du Staffordshire, du Monmouth et de Londres, et comment, par suite, les individus nés dans le comté y sont en proportion relativement moindre qu'ailleurs. Mais il suffit de regarder la carte pour avoir une idée très nette du phénomène.

Nous avons dressé, à la suite du recensement de 1872, une carte du même genre pour la France. Nous la donnons ici (voir la figure ci-jointe, fig. Q) comme terme de comparaison. Les mêmes influences se font sentir dans les deux pays. En France, ce sont les départements montagneux ou pauvres du Massif central, des Pyrénées, de la Vendée, de la Bretagne et des Alpes qui ont le plus d'habitants nés dans le département, parce que l'immigration ne s'y porte pas, tandis qu'elle est puissamment attirée dans le nord et vers les grandes villes, comme Paris, Lyon, Bordeaux, Marseille.

M. Cheysson, dans son rapport sur la statistique graphique à l'exposition de 1878, a fait à notre système une critique judicieuse, à savoir que les régions territoriales, qui sont, en réalité, à peu de distance au-dessus ou au-dessous de la moyenne, paraissent ainsi séparées d'une manière trop absolue, tandis qu'il serait intéressant de connaître, et, pour cela, de grouper ensemble les régions voisines de cette moyenne. Il a proposé soit d'ajouter une troisième couleur pour la zone moyenne, soit de laisser cette zone en blanc, et il a fait lui-même un emploi fréquent de ce procédé dans les cartes qu'il a publiées. Nous hésitons, pour notre part, à l'adopter, parce que nous craignons que la troisième couleur n'augmente le prix de l'impression, et que la troisième zone, qu'elle soit en couleur ou en blanc, ne nuise à la simplicité des notions qui conviennent à l'enseignement. Nous préférons marquer de croix ou de points, par l'impression en noir, la catégorie la moins intense

du rouge et la catégorie la plus intense du bleu, et les réunir ainsi par ce signe commun qui en fait une zone moyenne, sans cependant altérer la notion si simple de la région où il y a peu et de la région où il y a beaucoup. Voici, comme exemple de notre procédé modifié, la carte de la mortalité des enfants de 0 à 1 an dressée par nous d'après le travail du docteur Bertillon (voir la figure ci-jointe, fig. R).

M. Loua, chef du bureau de la Statistique générale de France, a dressé des cartes à cinq couleurs, avec une couleur pour la catégorie moyenne, deux pour les catégories supérieures et deux pour les catégories inférieures. M. Loua ne forme pas ses catégories arbitrairement, et il a raison ; il les établit en calculant les tranches d'après des écarts égaux ; il constitue, par exemple, un groupe moyen de 10 pour cent. au-dessus et au-dessous de la moyenne, un groupe de 10 à 30 pour cent. au-dessus, et un groupe de 10 à 30 pour cent. au-dessous de la moyenne. Le procédé est recommandable, et donne des résultats très corrects, quoiqu'il ne se prête pas toujours suffisamment à la représentation de certains extrêmes qu'il peut être intéressant de mettre en évidence. Les catégories par *tranches d'écart égal* qu'il établit ainsi par le calcul s'appliquent d'ailleurs au procédé du rouge et du bleu, comme à celui des cinq couleurs.

Nous aurions pu dire plus tôt que les cartes teintées représentent aussi bien des nombres absolus que des rapports ; par exemple, combien de chevaux en France par département, ou combien de chevaux en moyenne par kilomètre carré dans chaque département. L'une et l'autre notion peut être utile à connaître. La seconde a assurément un caractère plus scientifique : elle indique bien mieux le véritable état de richesse d'un pays ; car il est évident que la circonscription qui aurait deux fois plus de chevaux et dix fois plus de territoire que l'autre, serait en réalité la moins riche en chevaux : ce qu'indique le rapport du nombre de ces animaux par kilomètre carré. Aussi est-ce la seconde qui est presque toujours représentée sur les cartes de statistique. On peut d'ailleurs exprimer l'une et l'autre à la fois, soit en représentant l'une par la teinte générale de la circonscription, l'autre par un cartouche placé dans la circonscription et teinté d'une autre couleur, soit en représentant le rapport par un cercle d'une teinte vive et d'une surface proportionnelle à l'intensité du fait.

Un département français est un territoire d'une étendue assez considérable pour renfermer des parties de nature très diverse. Par exemple, le nord du département de l'Hérault, qui comprend une partie de la région aride des Causses, diffère entièrement de la fertile plaine du Languedoc qui occupe le sud. Il en résulte que la moyenne départementale, composée parfois d'éléments contraires qui se neutralisent, ne donne qu'une image très imparfaite de la



répartition géographique du phénomène. M. G. Mayr, lorsqu'il était directeur de la Statistique du royaume de Bavière, avait recommandé, afin d'éviter cet inconvénient, de substituer des régions naturelles aux divisions administratives. Mais il est très difficile, souvent impossible de calculer exactement l'intensité d'un phénomène dans une région naturelle sur laquelle l'administration ne fournit pas de données particulières de statistique, parce qu'elle ne correspond pas à ses cadres. Nous l'avons essayé, il y a quelques années, pour la culture de la vigne en France : le résultat que nous avons obtenu n'est qu'approximatif.

A mesure que l'on dresse la carte à l'aide de circonscriptions administratives de moindre étendue, on serre en quelque sorte de plus près la réalité et on approche davantage du résultat désirable. Voici trois cartes ou fragments de cartes qui montrent la différence des résultats obtenus et l'avantage des circonscriptions de petite étendue.

La première (voir la figure ci-jointe, fig. S) représente la densité de la population de la France par départements d'après le recensement de 1866.

Sur la seconde (voir la figure ci-jointe, fig. T), nous avons, à l'aide de documents inédits sur la superficie et la population qu'a bien voulu nous fournir la Statistique générale de France, dressé la carte de la densité de la population par cantons, peu de temps après le recensement de 1872. On voit, sur l'une et l'autre carte, que la région du nord et du nord-ouest, le bassin du Rhône, la vallée de la Garonne sont les parties les plus peuplées de notre territoire ; mais, sur la carte par cantons, on pénètre par le détail plus avant dans la réalité des faits. Les régions denses semblent se contracter et les groupes se condenser ; il se forme une sorte de cristallisation de la population autour de certains centres. C'est ainsi qu'en Bretagne on reconnaît que la densité moyenne est le résultat de la vie côtière qui, par la pêche et la marine, offre aux habitants des ressources particulières, tandis que la partie centrale et montagnaise est médiocrement peuplée ; on aperçoit aussi l'influence des grandes villes, celle des bassins houillers, des vallées fertiles, des ports : notions intéressantes, qui ne se dégagent pas de la carte de la densité par départements. L'image est assurément plus expressive : on peut dire qu'elle habille mieux le sol.

La troisième est plus expressive encore ; c'est un fragment réduit de la carte à l'échelle  $\frac{1}{320,000}$  de la densité de la population par communes, dressée par M. Turquan. Cette carte est un travail considérable et instructif, dont l'auteur a bien voulu faire la réduction pour une partie du bassin de la Garonne (voir la fig. U). On y voit, plus clairement encore que sur la carte par cantons, la population se cristalliser sur certains points. Les teintes de la

région dense dessinent ici avec une grande exactitude les contours de la vallée de la Garonne et d'une partie de la Gironde, celle du Lot et d'une partie de ses affluents; le rapport entre la topographie, l'agriculture florissante dans les riches vallées et la population qui s'y presse apparaît là avec évidence.\*

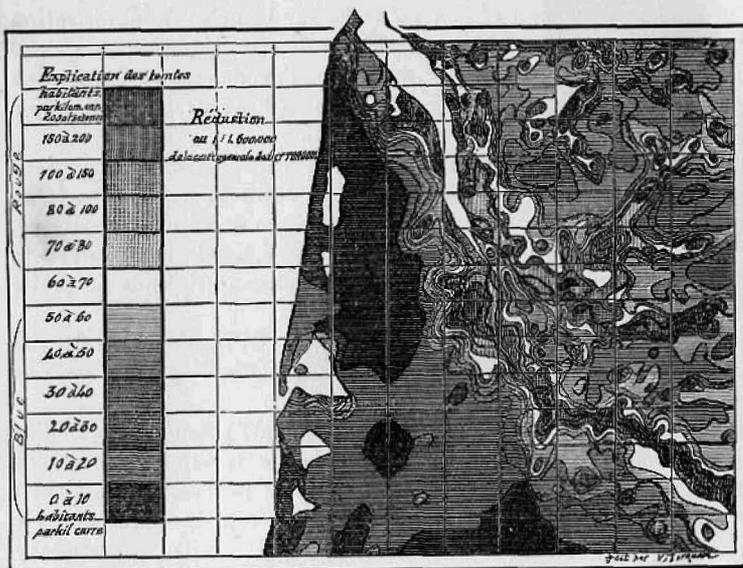


FIG. U. Répartition de la population en France par courbes de niveau statistiques (fragment).

Le baron Charles Dupin est le premier qui ait popularisé en France les cartes de statistique, en dressant, à l'époque de la Restauration, une carte de l'instruction primaire sur laquelle les départements étaient teints d'un noir d'autant plus foncé qu'ils comptaient plus de conscrits ne sachant ni lire ni écrire. Après lui, M. de Guerry a dressé un atlas de la criminalité en France et en Angleterre, qui lui a valu le prix de statistique à l'Académie des sciences. Plus tard, à l'exposition du congrès de géographie de Paris en 1875, M. Henzé exposait une collection très complète de cartes agricoles de la France, et nous produisions les premières planches de notre atlas relatives à la France économique, lesquelles contenaient une centaine de cartes statistiques sur la production agricole et industrielle, sur le commerce et la population. Aujourd'hui les cartes de statistique sont devenues d'un emploi fréquent en France dans beaucoup de travaux statistiques, tels que

\* L'auteur a adopté le procédé du rouge et du bleu, en appliquant toutefois la teinte bleue la plus claire à la catégorie la plus voisine de la moyenne. Ne pouvant reproduire les couleurs dans le texte de ce mémoire, nous les remplaçons—très imparfaitement—par des hachures et des parties en blanc.

ceux du docteur Bertillon, du docteur Lunier, et dans beaucoup de publications officielles, parmi lesquelles nous citerons celles du ministère des Travaux publics, du ministère du Commerce, du ministère des Finances, du ministère de la Justice, du ministère de l'Intérieur, du ministère de l'Instruction publique.

Hors de France, nous citerons, entre autres travaux du même genre, les cartes publiées par la Statistique générale du royaume d'Italie, qui a pris dans le monde savant un rang si honorable depuis quelques années; par les bureaux de l'Empire allemand et de la Prusse, par ceux de l'Autriche, de la Belgique. Nous n'essayons pas de dresser une liste complète: il nous suffit de signaler la faveur dont jouit maintenant ce mode de représentation graphique.

III. Le fragment de carte de M. Turquan a un caractère particulier dont nous n'avons pas encore parlé. Comme l'auteur disposait d'un très grand nombre d'éléments (36,000 communes en nombre rond), il a pu, à l'aide de certaines interpolations légitimes, dresser non une carte par divisions territoriales, mais une carte avec courbes.

LA CARTE DE STATISTIQUE AVEC COURBES est celle qui ne considère le fait statistique que dans sa relation avec le point du territoire sur lequel il s'est produit, sans se préoccuper d'aucune division territoriale.

Le géographe français Buache, dès 1737 et ensuite dans son "Essai de Géographie physique," publié en 1752, avant lui, des Hollandais dans leurs travaux hydrographiques avaient employé des courbes de niveau pour figurer les profondeurs de la mer ou l'altitude du sol. Le français Ducarla avait fait à ce sujet une communication à l'Académie des sciences en 1771.

En faisant passer par le terrain une suite de plans horizontaux, parallèles et équidistants, qui le coupent par étages, autrement dit par tranches d'égale hauteur, on obtient des courbes de niveau résultant de l'intersection de ces plans et de la surface du sol, et, par ces courbes, une figure précise des mouvements du terrain; c'est même la plus précise, souvent aussi la plus expressive que les topographes puissent employer pour dresser une carte. Mais, pour dresser une pareille carte, il faut qu'ils possèdent un très grand nombre de cotes, c'est-à-dire de points d'une altitude connue, qui, en formant sur le sol un réseau serré, permettent de dessiner la ligne d'intersection à sa véritable place. L'intervalle d'une courbe à l'autre étant ensuite coloré d'une teinte particulière, on obtient une carte hypsométrique; les teintes peuvent être, comme sur les cartes de statistique par régions territoriales, de couleurs multiples ou de nuances graduées d'une même couleur.

Ce qu'on fait pour le relief du sol, on peut le faire pour repré-

senter sur une carte l'intensité d'un fait quelconque, puisqu'on peut supposer les faits empilés les uns au dessus des autres sur le terrain, à la place même où ils se sont produits, comme on le suppose pour les colonnes des diagrammes. La différence est que les colonnes du diagramme sont disposées à la file sur une ligne qui est l'axe des abscisses, tandis que celles de la carte sont distribuées sur un plan et qu'ainsi, au lieu de deux dimensions, longueur et hauteur, le géomètre doit calculer ses positions d'après trois données, longueur, largeur et hauteur.

M. Lalanne, qui avait fait déjà quelques applications du graphique à trois dimensions pour des travaux d'ingénieur, publia, à la suite de la traduction française de la météorologie de Kaemtz (1843), un appendice sur la représentation graphique des tableaux météorologiques et des lois naturelles en général, et donna, entre autres exemples, les courbes de la température de la ville de Halle pour chaque heure du jour et pour chaque mois de l'année. Ces courbes rappellent tout-à-fait celles d'une carte hypsométrique avec une crête, qui est la ligne de la température la plus élevée, en juillet, et sur cette crête un sommet vers trois heures de l'après midi, plus loin une vallée, c'est-à-dire une ligne de la plus basse température, en décembre. La même année, il faisait connaître sa méthode par une communication à l'Académie des sciences, et il en donnait diverses applications, notamment celle d'un abaque ou compteur universel. Cette méthode, qu'il était, sinon le premier à employer, du moins le premier à démontrer et à mettre en lumière, s'appliquait à la représentation de toute espèce de séries de faits déterminés par trois variables et, par conséquent, aux cartes dont les variables sont, d'une part, la longitude et la latitude, éléments topographiques, et, d'autre part, l'intensité du fait, élément statistique.

M. Vauthier, faisant de cette méthode une application que M. Lalanne avait spécialement signalée en 1848, a dressé, en 1874, une carte par courbes de la densité de la population à Paris : cette carte indiquait d'une manière expressive les deux centres de la plus grande densité, l'un, le plus important, sur la rive droite, traversé par la rue de Rambuteau, l'autre sur la rive gauche, traversé par la rue de la Harpe, et la densité décroissante du centre vers les extrémités de la ville. L'abondance des données statistiques autorise un pareil dessin pour la population de Paris, comme il l'autorise, à l'échelle de  $\frac{1}{320000}$ , pour la population de la France par communes.

Quand les documents sont suffisants, la carte avec courbes est assurément le mode qui représente le mieux le groupement naturel des faits. Mais il est rare qu'ils soient suffisants; la plupart des éléments de la statistique officielle sont publiés par circonscriptions

d'une grande étendue, et, dans ce cas, la carte teintée par régions administratives, qui est la représentation exacte d'une donnée certaine, est préférable à une carte avec courbes qui ne serait construite qu'à force d'hypothèses. Ce n'est pas que nous proscrivions absolument ce genre d'hypothèse; nous en avons usé nous-même pour représenter, comme la publication allemande "Die Bevölkerung der Erde," la densité de la population en Europe et en Amérique. C'est une question de mesure; nous croyons qu'on doit être en général très réservé dans l'emploi de ce procédé, et nous voulons mettre en garde contre l'illusion d'exactitude qu'il peut quelquefois produire.

IV. De la carte avec courbes à la CARTE EN RELIEF il n'y a, pour ainsi dire, que la distance de l'image à la réalité. Cependant l'image représente seulement un certain nombre de plans superposés, tandis que la carte en relief figure toutes les hauteurs, telles qu'elles existent.

On a dressé des cartes en relief de la densité de la population qui présentent à l'œil une opposition assez piquante avec le relief topographique; les parties en saillie sur le terrain sont d'ordinaire les parties basses sur ces cartes, et inversement, parce que la densité est presque toujours faible dans les montagnes, et que les vallées ont en général une population dense. Ce genre de représentation ne saurait toutefois, malgré l'avantage qu'il présente dans quelques cas, être très recommandé, parce que de telles cartes sont coûteuses à établir et encombrantes à transporter, sans être d'ordinaire plus instructives que la carte avec courbes.

On a même essayé de faire des reliefs par régions administratives, procédé qui nous paraît devoir être condamné, parce qu'il n'ajoute rien à ce qu'exprime une carte par teintes régionales, et parce que les prismes qui figurent chaque région, ne se raccordant pas en hauteur, présentent par leurs côtés coupés à pic et leurs arêtes discordantes un aspect incohérent qui choque le regard et l'esprit. Si l'on essaie, comme on l'a proposé, de transformer ensuite une carte ainsi construite en carte avec courbes, et que, pour cela, on abatte les arêtes des prismes pour les réunir en pentes douces aux prismes voisins, on substitue une hypothèse sans fondement à une donnée numérique, et on s'expose à des erreurs. A quoi bon prendre un procédé plus coûteux que celui de la carte coloriée pour arriver à un résultat inférieur? On obtient, il est vrai, la carte topographique d'un relief en abattant les arêtes du relief par gradins pour les remplacer par des pentes continues, et on est pleinement autorisé à le faire, parce qu'il y a, en réalité, continuité des pentes et que les courbes permettent même, si elles sont assez serrées, de mesurer très exactement ces pentes. Mais, entre deux circonscriptions territoriales voisines qui n'ont ni le même sol, ni la

même densité de population, ni le même état économique, il y a juxtaposition, sans qu'il y ait nécessairement continuité de phénomènes. La comparaison d'une carte de la densité en France par départements sur laquelle on aurait opéré ainsi avec la carte de la densité dressée par M. Turquan montrerait d'une manière évidente le vice de ce procédé.

### III.—*Les Solides.*

LES SOLIDES OU STÉRÉOGRAMMES sont la représentation en relief de faits statistiques. A ce titre, les cartes en relief pourraient figurer dans ce chapitre aussi bien que dans le précédent : cependant nous réservons le nom de STÉRÉOGRAMMES aux figures dans lesquelles l'espace n'est pas une des variables. M. Lalanne, dans son mémoire de 1843, avait donné la théorie de ce mode de représentation. Des savants de plusieurs pays, M. Berg en Suède, MM. Knapp, Lexis, Becker en Allemagne ont traité la même question théorique ou donné des exemples de diagrammes à trois coordonnées. Le directeur de la Statistique générale du royaume d'Italie a fait construire, par les soins de M. Perozzo, des stéréogrammes de ce genre. Ce sont des documents utiles dans un cours de démographie ; j'en ai fait plusieurs fois usage.

Avec un diagramme ordinaire, qui est un plan sur lequel on dispose de deux coordonnées, on marque la relation de deux faits, par exemple, celle du temps et du nombre annuel des naissances, et on dresse ainsi la courbe de la natalité. Comme avec un solide on dispose d'une troisième dimension et, par conséquent, d'une troisième coordonnée, on peut figurer l'âge des personnes vivantes en même temps que le nombre des vivants et le temps auquel se rapporte l'observation. La population de la Suède, dont les recensements remontent à l'année 1750, fournissait la matière d'un stéréogramme particulièrement intéressant pour la démographie : c'est le premier exemple que M. Perozzo a mis en relief, en utilisant une figure géométrique dressée par M. Berg. Sur le stéréogramme qu'il a construit et dont nous ne pouvons reproduire ici que la projection géométrique (voir la figure ci-jointe, fig. V, "*Incolarum descriptio, mares qui vivi nati sunt et superstites per ætates descripti juxta census in Suecia habitos ab anno MDCCL ad MDCCLXXV.*") Extrait de la notice sur le stéréogramme de la population de la Suède publié par la Direction de la Statistique du royaume d'Italie), on lit très distinctement, de gauche à droite, non seulement l'accroissement de la population résultant de l'accroissement des naissances annuelles, que figurerait aussi bien un diagramme ordinaire, mais l'accroissement à tous les âges, et, en outre, en suivant les lignes (lignes rouges sur la figure), du fond en avant, la composition par âges de la population à chaque recensement et, en suivant oblique-

INCOLARVM · DESCRIPTIO  
 MARES · QVI · VIVI · NATI · SVNT  
 ET  
 SVPERSTITES · PER · ÆTATES · DESCRIPTI  
 IVXTA · CENSVS · IN · SVECIA · HABITOS  
 AB · AN · MDCCL · AD · MDCCLXXV

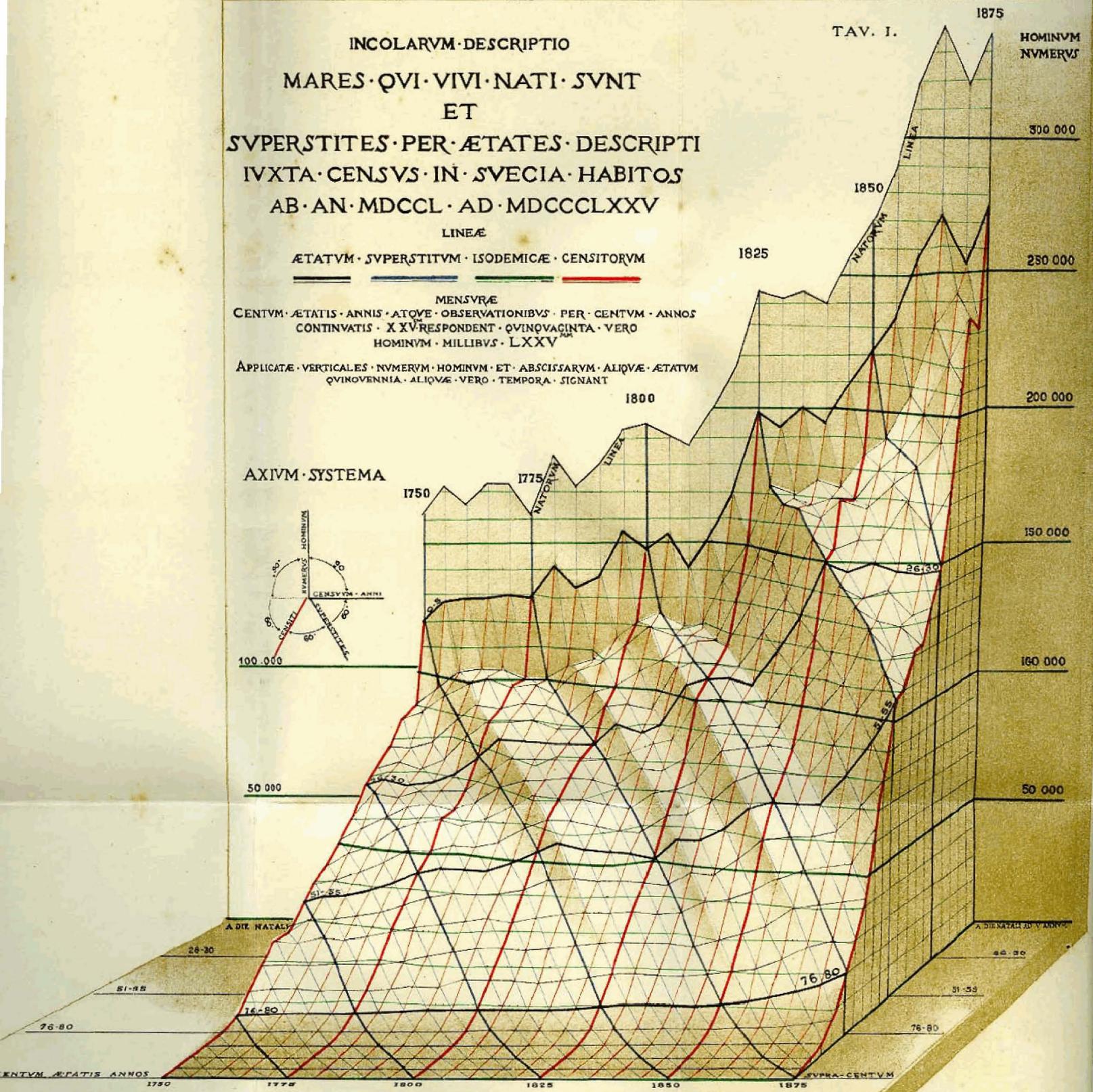
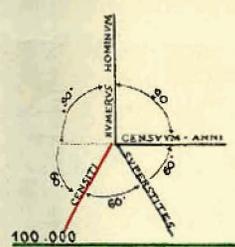
TAV. I. 1875  
 HOMINVM  
 NVMERVS

LINEÆ  
 ÆTATVM · SVPERSTITIVM · ISODEMICÆ · CENSITORVM

MENSVRÆ  
 CENTVM · ÆTATIS · ANNIS · ATQVE · OBSERVATIONIBVS · PER · CENTVM · ANNOS  
 CONTINVATIS · X · XV · RESPONDENT · QVINQVAGINTA · VERO  
 HOMINVM · MILLIBVS · LXXV

APPLICATÆ · VERTICALES · NVMERVM · HOMINVM · ET · ABSCESSARVM · ALIQVÆ · ÆTATVM  
 QVINQVENNIA · ALIQVÆ · VERO · TEMPORA · SIGNANT

AXIVM · SYSTEMA



Æ · REGNV · TABVLARIVM · CENSVALE · ROMÆ · AN · MDCCLXXX

# PROBABILITÀ DI MARITARSI ENTRO UN ANNO

SECONDO LE VARIE COMBINAZIONI DI ETÀ DEGLI SPOSI E DELLE SPOSE

Osservazioni del biennio 1878-79 Rapporti perequati a 10.000 celibi  
o vedovi e rispettivamente a 100.000 nubili o vedove delle singole età

- PROBABILITÀ CHE UN UOMO DI UNA DETERMINATA ETÀ HA DI AMMOGLIARSI CON DONNE DEI VARI GRADI DI ETÀ
- PROBABILITÀ CHE UNA DONNA DI UNA DETERMINATA ETÀ HA DI MARITARSI CON UOMINI DEI VARI GRADI DI ETÀ
- COMBINAZIONI DELLE ETÀ DEI CONIUGI ALLE QUALI CORRISPONDE UNA MEDESIMA PROBABILITÀ DI MATRIMONIO

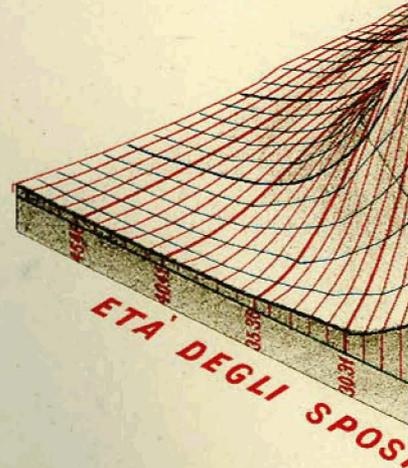
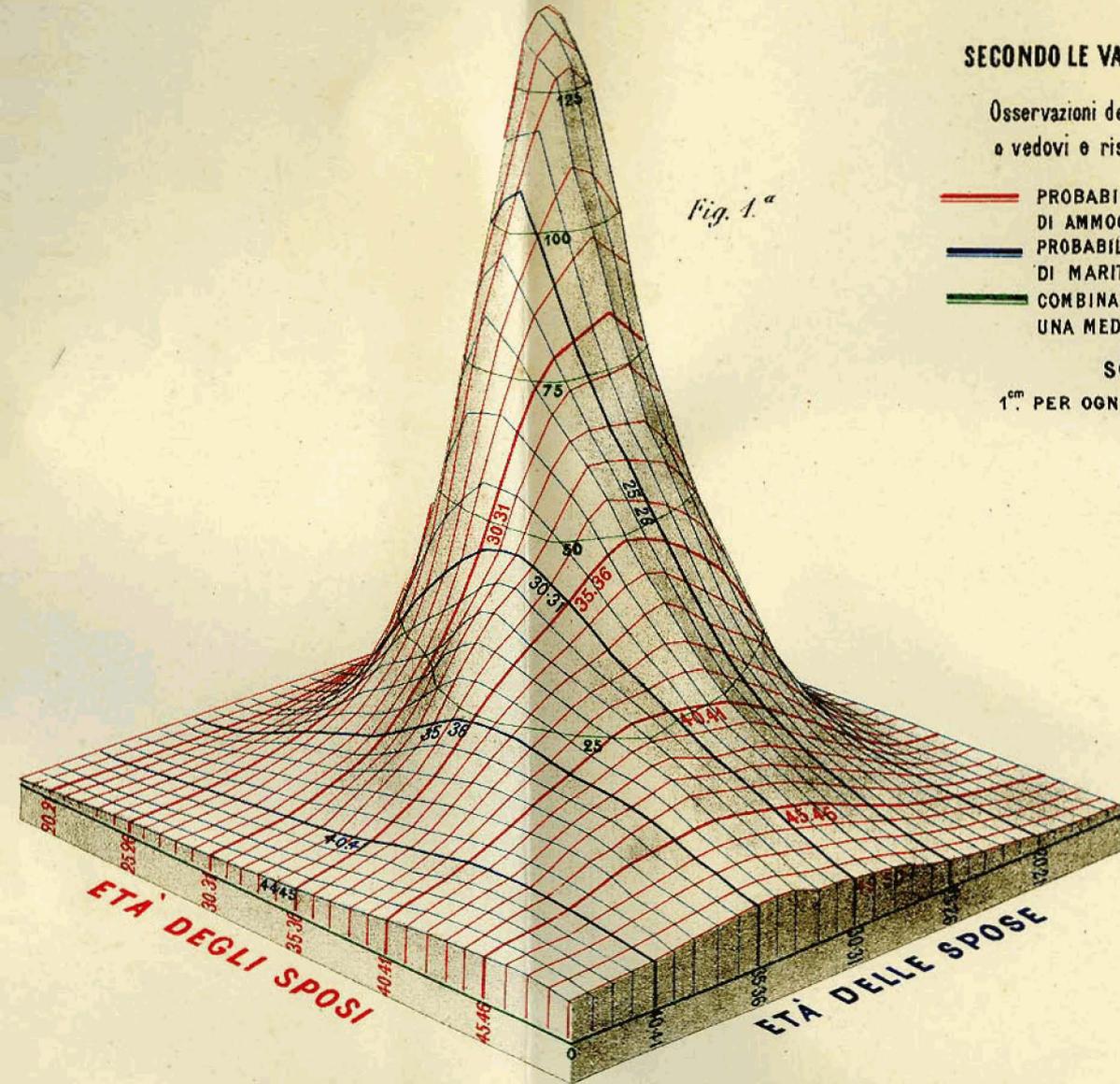
SCALE DELLO STEREOGRAMMA

1<sup>cm</sup> PER OGNI ANNO DI ETÀ    2<sup>cm</sup> PER 15 MATRIMONI

SISTEMA DEGLI ASSI



Fig. 1.<sup>a</sup>



REGNO D' ITALIA

NOTA. Le due figure di questa tavola rappresentano le proiezioni centrali dello Stereogramma, costituito colle scale sopra indicate e mediante tre assi di coordinate, ai quali è data la significazione nel Diagramma del SISTEMA DEGLI ASSI.

# ITARSI

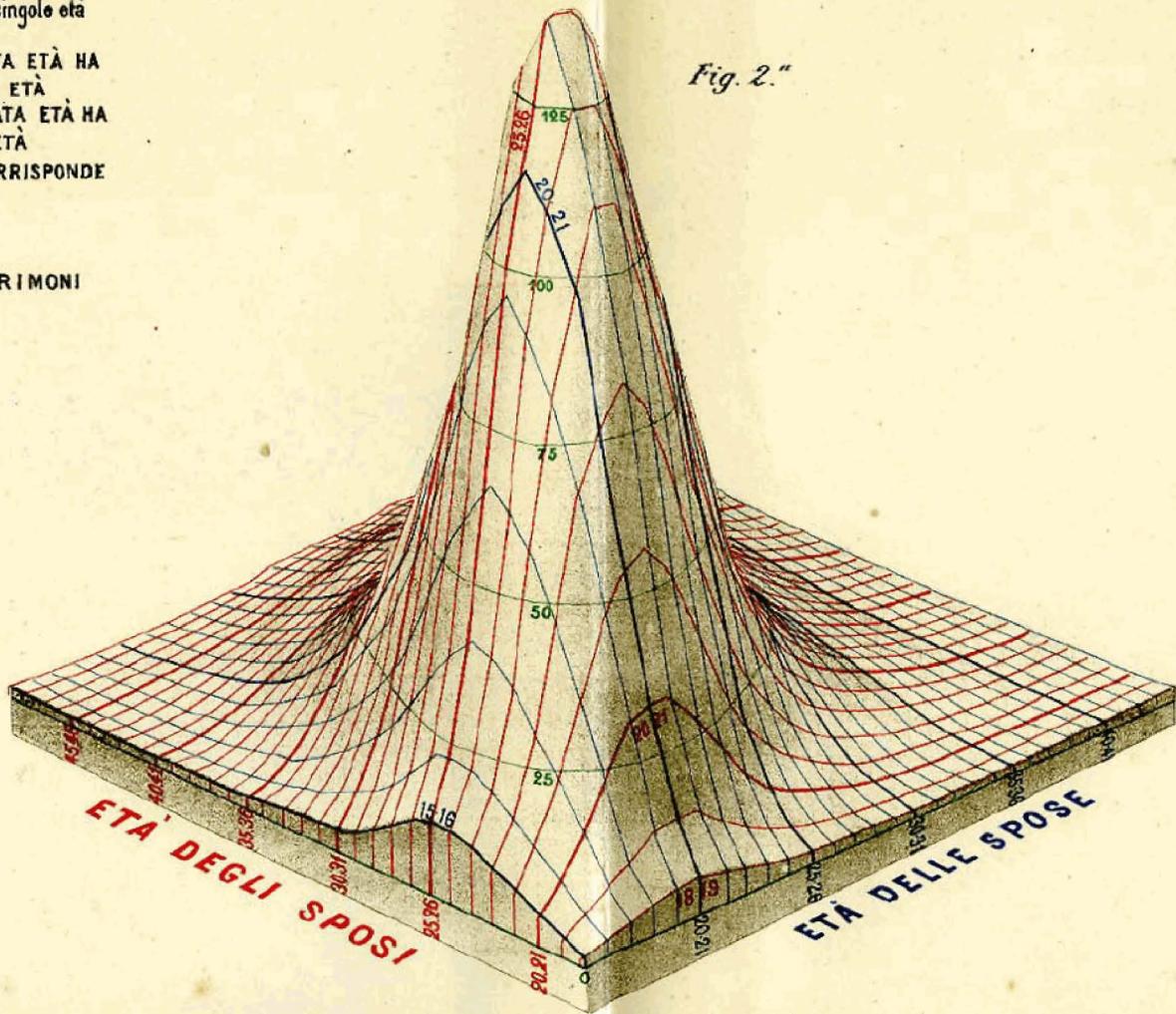
## IPOSI E DELLE SPOSE

a 10.000 celibi  
delle singole età

MINATA ETÀ HA  
DI DI ETÀ  
MINATA ETÀ HA  
DI ETÀ  
I CORRISPONDE

ATRIMONI

Fig. 2."



Le proiezioni centrali dello Stereo-  
ante tre assi di coordinate, ai qua  
EMA DEGLI ASSI.

ment (lignes bleues sur la figure), du fond en avant, la courbe de survie de chaque génération. On remarque ainsi comment une génération, faible à l'origine par le nombre de ses naissances, reste faible dans la suite des temps; comment, à son tour, à quelque vingt ans de là, elle donne naissance à une nouvelle génération dont la faiblesse trahit encore la pauvreté de son origine. Une pareille figure est assurément très ingénieuse.

En voici un autre exemple dû, comme le précédent, à la statistique générale de l'Italie. C'est un stéréogramme indiquant la probabilité du mariage à chaque âge de la vie pour l'un et l'autre sexe, en Italie. Si l'on avait voulu représenter la chance qu'un homme d'un âge déterminé a d'épouser une femme d'un âge quelconque, soit de 20, 25, 30 ans, etc., il aurait suffi de tracer une courbe en prenant l'échelle de l'âge des épouses sur l'axe de abscisses et celle du nombre des mariages sur l'axe des ordonnées. Mais, dès qu'il s'agit de représenter la chance qu'un homme d'un âge quelconque a d'épouser une femme d'un âge quelconque, il faut combiner trois variables et, par conséquent, construire un solide ou une figure géométrique qui en soit l'expression. Sur ce solide dont nous ne pouvons donner que la projection, prise sur les deux faces (voir la figure ci-jointe, fig. X), il suffit de toucher du doigt un point quelconque pour y voir, à l'intersection d'une courbe rouge et d'une courbe bleue, le nombre proportionnel de personnes, hommes et femmes, d'un âge déterminé qui, en 1872 et 1879, ont contracté mariage en Italie.

Ce genre de figure n'est pourtant pas d'une application fréquente, parce qu'il ne saurait trouver place dans un texte imprimé et que, même pour un cours, il est, comme les cartes en relief, coûteux et encombrant.

Sans doute, on peut remplacer le stéréogramme par une figure de géométrie analytique. M. Lalanne et d'autres, après lui, ont fait d'ingénieuses applications de ce genre de figure; mais elles supposent presque toujours des connaissances qui, pour être familières aux ingénieurs, ne sont pas nécessairement à la portée du vulgaire. C'est pourquoi nous pensons qu'il faut être très prudent dans l'emploi qu'on en fait pour la démonstration en statistique; nous craignons que la majorité des lecteurs d'un livre ou des auditeurs d'un cours n'aient quelque peine à comprendre ou ne comprennent pas du tout de telles figures. Il ne faut pas oublier que les graphiques statistiques sont surtout un moyen de vulgariser les nombres, et que, dès qu'ils demandent à l'esprit plus d'efforts qu'il n'en faut pour étudier et comparer ces nombres, ils n'ont plus de raison d'être.

Nous avons fait connaître les trois catégories de graphiques usités en statistique : figures, cartes et solides. Il nous reste à conclure.

Quelques statisticiens ont essayé de formuler des règles pour la construction des graphiques et de fixer en quelque sorte cette langue scientifique, comme on a fixé la notation chimique. Sans doute, les mathématiciens ont à déterminer les procédés géométriques qui répondent le mieux à l'expression figurée des nombres ; mais ils n'ont pas à imposer de types déterminés de représentation. Il y a là matière à classer, ainsi que nous avons essayé de le faire, plutôt qu'à réglementer. Tout graphique qui n'éclaire pas le sujet est condamné : voilà la règle suprême, qui n'est autre que celle de la clarté.

Il ne faut, par conséquent, pas, ainsi que nous l'avons dit, mettre trop de courbes sur un diagramme, ni figurer trop de choses diverses sur une carte, et il faut disposer ce qu'on y met de manière que l'œil saisisse tout d'abord l'ensemble avec netteté et que l'esprit pénètre ensuite sans effort jusqu'à la notion des détails. Voilà les principales règles applicables à la démonstration, laquelle est l'objet le plus ordinaire qu'on se propose en dressant un graphique.

Ce n'est pas toutefois le seul objet qu'on puisse viser. Le graphique est aussi un instrument d'invention, non seulement dans les sciences naturelles, quand il fonctionne comme enregistreur, mais même dans les études statistiques, quand il n'est que la reproduction de données connues. En comparant les courbes de plusieurs faits portées sur un même diagramme, le statisticien, l'économiste, le moraliste découvrent souvent dans la similitude ou dans l'opposition des mouvements certains rapports qui leur avaient échappé, d'autres dont ils auraient eu peine, sans ce secours, à apprécier l'intensité ou la périodicité. C'est ainsi qu'apparaissent clairement les relations qui, dans une banque, unissent la circulation, l'encaisse et l'émission. Lorsqu'on a l'habitude d'employer les courbes pour représenter les phénomènes économiques d'un pays relatifs à la production, à la circulation, aux finances, à la démographie, comme nous le faisons souvent dans notre enseignement, on est frappé de la ressemblance qui se manifeste dans l'élévation ou l'abaissement du plus grand nombre des courbes, et on est conduit à conclure que la vie économique d'une nation résulte d'un organisme dont toutes les parties et toutes les manifestations sont solidaires les unes des autres. Pour les graphiques d'invention, il est encore moins opportun de donner des conseils d'exécution que pour les graphiques de démonstration. Celui qui cherche est seul juge des procédés qu'il croit le mieux adaptés à son esprit et le plus propres à le conduire au but ; l'important, dans ce cas, n'est pas que l'auteur

soit jugé clair, puisqu'il ne s'adresse pas à autrui, mais qu'il se comprenne lui-même. S'il y a une recommandation à lui faire, c'est de ne pas tomber dans l'erreur, trop commune, qui consiste à prendre une simple coïncidence des phénomènes pour un rapport de cause à effet ; or, cette recommandation s'adresse non à la construction du graphique, mais aux conclusions qu'on en tire.

L'invention à l'aide des graphiques peut s'étendre, par delà les faits observés, à certaines prévisions de l'avenir. En effet, si deux séries de phénomènes observés se traduisent par deux courbes ayant une régularité mathématique, on peut supposer que, pendant un certain temps, ces phénomènes continueront encore à se produire de la même façon, et on semble autorisé à continuer géométriquement les courbes et à tirer ensuite quelques inductions de la manière dont elles se comportent l'une à l'égard de l'autre. M. Cheysson a donné au congrès de statistique de Paris une théorie de la construction de courbes de ce genre, lesquelles peuvent être utiles pour l'étude de certains problèmes d'économie politique. Toutefois elles ne doivent être employées qu'avec beaucoup de prudence, parce qu'on s'expose presque toujours à des déceptions en essayant d'appliquer aux sciences morales les procédés rigoureux des sciences mathématiques.

Le graphique peut être aussi un instrument de contrôle. Quand les chiffres sont alignés en colonnes, il n'est pas toujours facile de juger s'ils concordent. Quand ils sont transformés en graphiques, les moindres irrégularités du dessin sautent aux yeux : il ne reste qu'à chercher si l'anomalie résulte d'un changement réel dans l'intensité de phénomène ou d'une erreur de la statistique. M. Bodio a mis ainsi en lumière l'inexactitude des déclarations d'âge dans les dénombrements en montrant qu'il y avait toujours un excès pour les nombres ronds, 20, 30, 40, etc. Nous avons nous-même souvent occasion de montrer des erreurs du même genre dans notre cours de démographie, par exemple, lorsque nous dressons la pyramide de la population française par âges, et que nous faisons remarquer la saillie considérable que font du côté des femmes les assises représentant les âges de 20 à 25 ans, à côté du creux qui se produit dans les assises de 25 à 30 : les femmes, paraît-il, n'aiment pas à déclarer qu'elles ont plus de vingt-cinq ans. Elles ne se doutent certainement pas de l'indiscrétion du graphique qui trahit leur secret.

Qu'elle s'applique à l'invention, au contrôle ou à la démonstration, la statistique graphique ne saurait être trop vivement recommandée aux savants qui étudient les phénomènes dans leur cabinet, aux écrivains et aux professeurs qui les font connaître et qui en expliquent les lois dans leurs livres ou dans leurs leçons, aux directeurs de statistique et aux grandes administrations privées qui,

faisant des publications pour répandre la connaissance de certains faits, ne doivent pas craindre d'employer comme auxiliaire un moyen efficace de propager les résultats de leurs recherches. Plus ces recherches leur ont coûté de travail, plus ils doivent s'appliquer à en faciliter l'intelligence au public en lui épargnant une partie de la peine qu'ils ont prise eux-mêmes.

La statistique, qui n'a commencé à jouer un rôle sérieux que dans notre siècle, est devenue aujourd'hui nécessaire pour les études sociales et pour le gouvernement des États. Son importance continuera à s'accroître, malgré les critiques qu'on lui adresse, et dont les unes, bien fondées et très nombreuses, proviennent de sa propre insuffisance, les autres, plus fréquentes peut-être encore, ont pour cause l'ignorance ou la légèreté de ceux qui la consultent. Le mouvement qui fait participer de nos jours à la vie politique un plus grand nombre de citoyens qu'autrefois tend à augmenter sa clientèle ; il importe que les statisticiens secondent ce mouvement, et qu'en vue de la plus grande diffusion possible de leurs travaux, ils ne négligent pas un des instruments les plus propres à en vulgariser les résultats.

E. LEVASSEUR,

*Membre de l'Institut.*